

## Úloha VI.4 ... Greta a její solný pochod

9 bodů

Nadešel den, kdy Greta dosáhla svého největšího triumfu. Přesvědčila celou populaci čítající 8 miliard lidí, že je nutné se stávající situací klimatu něco dělat. Plán byl radikální: uspořádat masový pochod (běh) proti směru rotace Země, zastavit střídání dne a noci a tím uvrhnout jednu polokouli do věčného stínu pro maximální ochlazení.

Díky pokrokům v genovém inženýrství Greta nahradila celou populaci klony Usaina Bolta – každý váží 100 kg a dokáže vyvinout rychlost  $45 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ . Dokáže lidstvo v této sestavě zastavit otáčení planety? Kolik takových „super-běžců“ by bylo ve skutečnosti potřeba? Uvažujte rovnoměrné rozprostření lidí po planetě. *Anet přemýšlí nad Nobelovkou.*

Aby se Země přestala otáčet, musí moment hybnosti vytvořený pochodujícími/běžícími lidmi  $L_1$  působit proti momentu hybnosti Země  $L_Z$  a tímto vynulovat celkový moment hybnosti působící na soustavu Země a lidí, čímž se zastaví otáčení. Je tedy nutné, aby se lidé pohybovali přesně proti rotaci Země. Pro velikosti momentu hybnosti dále platí

$$L_Z = L_1. \quad (1)$$

Nejprve si spočteme moment hybnosti Země  $L_Z$  jako

$$L_Z = J_Z \omega_Z = \frac{2}{5} M R^2 \frac{2\pi}{T_Z}, \quad (2)$$

kde  $J_Z$  je moment setrvačnosti Země (koule),  $M \approx 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$  její hmotnost,  $R \approx 6 \cdot 10^3 \text{ km}$  poloměr a  $T_Z$  perioda rotace (tj. 1 den).

Složitější je určení momentu hybnosti lidí  $L_1$ . Předpokládáme, že lidé jsou rovnoměrně rozprostřeni po celé zeměkouli. Pokud jednotlivé osoby zanedbáváme a nahrazujeme je spojitým rozložením, můžeme je popsat pomocí plošné hustoty  $\sigma$  jako

$$\sigma = \frac{p \cdot m_1}{S} = \frac{p \cdot m_1}{4\pi R^2}, \quad (3)$$

kde  $S$  je povrch Země,  $p$  počet lidí potřebných k zastavení rotace a  $m_1 = 100 \text{ kg}$  hmotnost jednoho člověka.

Dále předpokládáme, že lidé se nacházejí ve vzdálenosti  $R$  od středu Země. Nyní spočítáme malý přírůstek momentu hybnosti  $dL_1$  od malé plochy na kouli  $dS$ . Lidé běží konstantní rychlostí  $v$  a jejich vzdálenost od osy rotace je  $r = R \sin \theta$ , viz obr. 1.

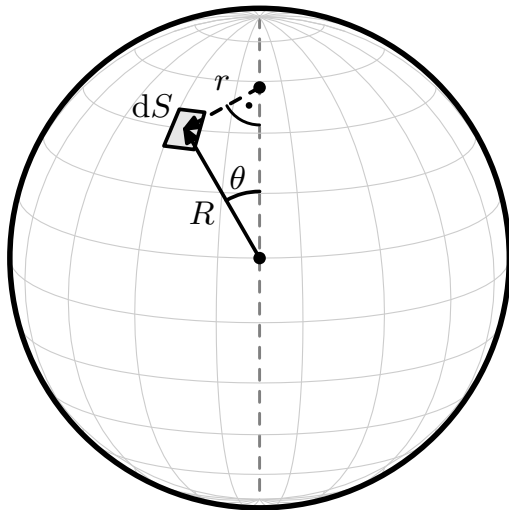
Velikost  $dL_1$  tedy závisí na poloze plošky  $dS$  jako

$$dL_1 = d(J_1 \cdot \omega_1) = \omega_1 \cdot dJ_Z = \frac{v}{r} \cdot r^2 \cdot \sigma \cdot dS = vR \sin \theta \cdot \sigma \cdot dS.$$

Po dosazení za element plochy  $dS = R^2 \sin \theta d\theta d\varphi$  pro sférické souřadnice a dosazení (3) získáváme

$$dL_1 = vR \sin \theta \cdot \frac{p \cdot m_1}{4\pi R^2} \cdot (R^2 \sin \theta d\theta d\varphi) = \frac{v \cdot p \cdot m_1 R}{4\pi} \sin^2 \theta d\theta d\varphi.$$

Teď už nám stačí všechny příspěvky  $dL_1$  vycíhat přes povrch Země a získáme celkový  $L_1$ .



Obrázek 1: Přírůstek momentu hybnosti  $dL_1$  od „vrstvy“ lidí stojících na ploše  $dS$ .

$$\begin{aligned}
 L_1 &= \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{v pm_1 R}{4\pi} \sin^2 \theta \, d\theta \, d\varphi \\
 &= \frac{v pm_1 R}{4\pi} \left( \int_0^{2\pi} d\varphi \right) \left( \int_0^\pi \sin^2 \theta \, d\theta \right) \\
 &= \frac{v pm_1 R}{4\pi} \cdot \left[ \varphi \right]_0^{2\pi} \cdot \left[ \frac{\theta}{2} - \frac{\sin 2\theta}{4} \right]_0^\pi = \frac{v pm_1 R}{4\pi} \cdot 2\pi \cdot \frac{\pi}{2} \\
 &= \frac{\pi}{4} v pm_1 R.
 \end{aligned} \tag{4}$$

Dosadíme hodnoty momentů hybnosti (vztahy (2) a (4) do vztahu (1) a určíme nutný počet lidí pro zastavení rotace Země  $p$ .

$$p = \frac{16}{5} \frac{MR}{vTm_1} = \frac{16}{5} \cdot \frac{(6 \cdot 10^{24}) \cdot (6 \cdot 10^3)}{45 \cdot 24 \cdot 100} \approx 1,07 \cdot 10^{24}.$$

To znamená, že Greta by potřebovala přibližně  $10^{24}$  lidí, aby dokázala zastavit rotaci Země. Ve srovnání s dnešní populací  $8 \cdot 10^9$  je to číslo o **čtrnáct řádů vyšší**, tedy naprosto mimo možnosti naší planety.

#### Poznámka pro zajímavost

Kdybychom neuvažovali rovnoměrné rozptřeni lidí po celé Zemi a místo toho předpokládali, že Greta ovládá základy fyziky a je schopná přesunout celou populaci lidí na rovník (kde je příspěvek k momentu hybnosti největší, protože body jsou nejdále od osy rotace). Maximalizovala by tím moment hybnosti lidí  $L_1$ .

V takovém případě by platilo pro potřebný počet lidí  $p_r$  (počet běžců pohybujících se po rovníku)

$$L_1 = J_1\omega_1 = p_r(m_1R^2)\frac{v}{R} \Rightarrow p_r = \frac{4\pi}{5} \cdot \frac{MR}{vTm_1} \approx p.$$

Řádově by se tedy počet lidí potřebných k zastavení otáčení Země nezměnil. Holt se budeme muset zase pařit v létě.

*Aneta Piklová*

aneta.piklova@fykos.cz

---

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.  
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.