Úloha VI.2 ... děravá dvojvrstva 3 body

Obě desky kondenzátoru provrtáme malou dírou na stejné úrovni. Poté desky přiblížíme velmi blízko k sobě a nabijeme na napětí U, abychom vytvořili nábojovou dvojvrstvu. Směrem do díry v deskách míří rychlostí v elektron, pod úhlem α vůči normále a je blíže ke kladné desce. Pod jakým úhlem z díry vyletí na druhé straně? Jaký by byl úhel, kdyby na začátku mířil k záporné desce?

Jarda má díru v síti proti hmyzu.

Budeme zanedbávat okrajové jevy u otvorů v deskách. Při pohybu vně kondenzátoru pak na elektron nepůsobí žádná elektrická síla, protože příspěvky od kladné a záporné desky se navzájem vyruší. Elektron tak letí po přímce. Mezi deskami naopak elektrická síla působí; intenzita elektrického pole míří od kladné desky k záporné, takže síla působící na elektron směřuje ke kladné desce. Rychlost rovnoběžná s deskami se přitom nemění.

Na začátku je rovnoběžná složka rychlosti elektronu

$$v_{\parallel} = v \sin \alpha$$

a kolmá složka

$$v_{\perp,i} = v \cos \alpha \,.$$

Při průletu kondenzátorem se změní pouze kolmá složka rychlosti. Nejjednodušší je použít zákon zachování energie. Při průletu od kladné desky k záporné desce vykoná elektrické pole práci

$$W = -eU \,,$$

takže

$$\frac{1}{2} m v_{\perp,f}^2 - \frac{1}{2} m v_{\perp,i}^2 = -eU \,.$$

Odtud dostaneme

$$v_{\perp,f} = \sqrt{v^2 \cos^2 \alpha - \frac{2eU}{m}} \,.$$

Aby elektron vůbec proletěl na druhou stranu, musí platit

$$v^2 \cos^2 \alpha \geq \frac{2eU}{m} \,.$$

Pokud tato podmínka splněna není, elektron se v poli zastaví a vrátí se zpět první dírkou. Protože bude mít stejnou tečnou rychlost, vrátí se pod úhlem $-\alpha$ vůči normále. Dojde tedy k zrcadlovému odrazu.

Úhel β po výstupu z kondenzátoru určíme ze vztahu

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{v_{\parallel}}{v_{\perp,f}} = \frac{v \sin \alpha}{\sqrt{v^2 \cos^2 \alpha - \frac{2eU}{m}}} \,.$$

Kdyby elektron na začátku mířil k záporné desce, elektrická síla by ho naopak urychlovala. V tom případě by platilo

$$\frac{1}{2} m v_{\perp,f}^2 - \frac{1}{2} m v_{\perp,i}^2 = +eU$$

a tedy

$$v_{\perp,f} = \sqrt{v^2 \cos^2 \alpha + \frac{2eU}{m}} \,,$$

odkud dostáváme

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{v_{\parallel}}{v_{\perp,f}} = \frac{v\sin\alpha}{\sqrt{v^2\cos^2\alpha + \frac{2eU}{m}}}\,.$$

Jaroslav Herman
`jardah@fykos.cz`

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.