

Úloha III.3 ... banana for scale

5 bodů

Lego jedl banán. Celou dobu, co ho jedl, se ve vzdálenosti asi 10 banánů od něho nacházel nestíněný zdroj gama záření. Tento zdroj Lega ozařoval pouze po dobu, co Lego konzumoval banán, jinak byl stíněný. Jakou má tento zdroj aktivitu, pokud dal Legovi stejnou dávku, jako banán, který snědl? Vlastnosti banánů, zdroje záření a Lega odhadněte, výsledek uveďte v jednotkách SI.

Lego si uvědomil, že banány se používají nejen na odhad velikosti.

Působení radiace na živou bytost vyjadřují dvě podobné, ale ne úplně stejné veličiny. První z nich je dávka (značíme D), která je definována vztahem

$$D = \frac{E}{m},$$

kde E je množství absorbované energie a m je celková hmotnost do které byla energie absorbována. Druhou je dávkový ekvivalent (značíme H), který upravuje hodnotu dávky jejím vynásobením jakostním faktorem. Ten určuje nebezpečnost daného záření pro člověka a nově vzniklá veličina tak lépe reprezentuje, jak nebezpečnou dávku jedinec dostal. Konzumací jednoho banánu se vystavíme $H = 10^{-7}$ Sv (takzvaný banana equivalent dose je dokonce neformální jednotkou pro měření radiačního vystavení). Chceme zjistit dávkový ekvivalent gama záření o stejné hodnotě. Píšeme tedy vztah

$$H = DQ = \frac{E}{m}Q,$$

kde D je dávka gama záření absorbovaná Legem, rozepsaná jako energie záření dopadající na Lega vydělená jeho hmotností m , Q je jakostní faktor tohoto záření. Jeden gama foton má energii E_γ . Takových fotonů se uvolní $N = At$, kde A je hledaná aktivita zdroje a t je čas, po který radiace nebyla stíněná neboli doba, za kterou Lego snědl banán. Je nutné si však ještě uvědomit, že paprsky gama se vyzařují rovnoměrně do všech směrů a tedy na Lega dopadne jen taková část, jakou zabere svým tělem o ploše S_L na kouli o povrchu $S_k = 4\pi r^2$, kde r je poloměr vytyčený vzdáleností Lega od zdroje záření, tedy délka 10 banánů. Hledaný vztah pro energii záření dopadající na Lega je

$$E_0 = E_\gamma At \frac{S_L}{4\pi r^2}.$$

Ovšem ne všechno záření bude Legem pohlceno. U ozařování platí

$$E_{\text{pr}} = E_0 e^{-\alpha \rho d},$$

což nám udává, kolik energie gama paprsků dopadajících na Lega (E_0) jím projde (E_{pr}) a nebude absorbováno. Tato průchozí energie klesá exponenciálně s tloušťkou d (v našem případě tloušťka Lega), s faktory hustoty materiálu, kterým paprsek prochází, ρ a koeficientem energetické absorpce α . Veškerá energie, která neprošla Legem, musí být energie, jež v něm zůstala a tedy pro absorbovanou energii platí $E = E_0 - E_{\text{pr}}$. To lze rozepsat jako

$$E = E_0 - E_0 e^{-\alpha \rho d} = E_0 (1 - e^{-\alpha \rho d}) = E_\gamma At \frac{S_L}{4\pi r^2} (1 - e^{-\alpha \rho d}),$$

po dosazení do původního vztahu

$$H = \frac{E_\gamma A t S_L (1 - e^{-\alpha \rho d})}{4\pi r^2 m} Q,$$

a vyjádřením aktivity dostaneme

$$A = \frac{4\pi r^2 H m}{E_\gamma t S_L Q (1 - e^{-\alpha \rho d})}.$$

Nakonec uděláme pár odhadů. Zvolme Legovu hmotnost $m = 70$ kg, plochu, kterou vytne jeho tělo $S_L = 1$ m² (lidské tělo má celkovou plochu kolem 2 m², jelikož Lego je zdroji vystaven půlkou těla, bude plocha absorpce polovina celkové plochy člověka). Banán bude jíst po dobu $t = 60$ s, délka jednoho banánu bude 20 cm, pak $r = 2$ m, pro jednoduchost uvažujme, že Lego je všude široký jeden a půl banánu, tedy $d = 0,3$ m a jeho tělo je homogenně tvořeno převážně svalovou tkání s hustotou $\rho = 1060$ kg·m⁻³, jakostní faktor gama záření je $Q = 1$ a za náš paprsek gama si vezmeme takový, jaký se vyzařuje při rozpadech barya-137, ten má energii $E_\gamma = 662$ keV. Pro tuto energii a svalovou tkáň pak zjistíme hodnotu koeficientu energetické absorpce $\alpha = 3,25 \cdot 10^{-3}$ m²·kg⁻¹ (uvažujeme koeficient pro záření o energii 600 keV z <https://www.physics.nist.gov/PhysRefData/XrayMassCoef/ComTab/muscle.html>). Po dosazení získáme hodnotu

$$A \doteq 86 \text{ MBq},$$

což by v případě našeho barya-137 odpovídalo malému množství 4 pikogramů.

Patrik Kadlec

patrik.kadlec@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.