

Úloha II.P ... spolek otužilců

10 bodů

Definujme kvalitu otužování podle tepelného výkonu, který musí člověk vydávat. Je lepší otužovat se pod tekoucí vodou, anebo ponořením se do vany studené vody? Uvažujte přinejmenším různou teplotu vody, průtok a okolní teplotu.

Michal si dával studenou sprchu.

Otužování je proces, při kterém tělo ztrácí teplo do okolního prostředí, což stimuluje termoregulační mechanismy organismu. Existují různé metody otužování, přičemž v rámci této úlohy budeme rozebírat ponoření do vany se studenou vodou a sprchování pod tekoucí studenou vodou. Každá z těchto metod představuje jiný mechanismus přenosu tepla, a má tudíž různé efekty na tepelné ztráty organismu.

Při ponoření do vany je tělo obklopeno vodou, která se postupně ohřívá v důsledku přenosu tepla z povrchu těla. Tento proces je řízen především vedením tepla přes kůži. Naproti tomu při sprchování tekoucí voda neustále odplavuje ohřátou vrstvu vody od těla, čímž se udržuje vyšší teplotní rozdíl, což implikuje intenzivnější odvod tepla. Zde hraje nejvýznamnější roli přenos tepla prouděním.

Naším cílem je popsat fyzikální zákony, které ovlivňují přenos tepla při obou metodách, a popsat rozdíly z hlediska tepelného výkonu, který musí tělo vydávat k udržení své teploty. Mezi faktory, které budeme zkoumat, patří teplota vody, objemový průtok a okolní teplota.

Přenos tepla vedením (Fourierův zákon)

Vedení tepla je dominantním mechanismem při ponoření do vody. Tepelný tok q , který se přenáší vedením, lze vyjádřit Fourierovým zákonem

$$q = -k \frac{dT}{dx},$$

kde k je tepelná vodivost a $-\frac{dT}{dx}$ gradient teploty.

Pro tenkou vrstvu kůže tloušťky d lze teplotní gradient aproximovat jako

$$-\frac{dT}{dx} = \frac{T_t - T_v}{d},$$

kde T_t je teplota lidského těla a T_v teplota vody. Pro tepelný výkon $\frac{dQ}{dt}$ si proto vyjádříme Fourierův zákon ve tvaru

$$\frac{dQ}{dt} = qS = kS \frac{T_t - T_v}{d}, \quad (1)$$

kde S je plocha kontaktu těles, mezi nimiž dochází k přenosu tepla (v našem případě mezi tělem a vodou).

Termoregulační procesy se snaží udržet konstantní teplotu lidského těla T_t , nicméně stojatá voda ve vaně, která se nijak neobměňuje prouděním, svou teplotu v čase mění, tedy $T_v = T_v(t)$. Tepelný výkon při ponoření do vody se proto v čase mění také. Ve velkém objemu vody můžeme považovat její odpařování za zanedbatelné a objem za konstantní. Tepelná vodivost vzduchu je malá ve srovnání s lidskou kůží, proto zanedbáme přenos tepla mezi vodou a okolním vzduchem. Uvažujeme pouze přenos tepla mezi tělem a vodou, který se řídí pomocí kalorimetrické rovnice

$$dQ = c_v V_v \rho_v dT_v, \quad (2)$$

kde c_v je měrná tepelná kapacita vody, V_v objem vody a ρ_v hustota vody.

Rovnici (2) zderivujeme podle času a porovnáme s rovnicí (1).

$$\begin{aligned}\frac{dQ}{dt} &= c_v V_v \rho_v \frac{dT_v}{dt}, \\ kS \frac{T_t - T_v}{d} &= c_v V_v \rho_v \frac{dT_v}{dt}.\end{aligned}$$

Označíme si

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{kS}{c_v V_v \rho_v d}, \\ \frac{dT_v}{dt} &= \alpha(T_t - T_v), \\ \frac{dT_v}{T_t - T_v} &= \alpha dt.\end{aligned}$$

Rovnici integrujeme:

$$\begin{aligned}\int \frac{dT_v}{T_t - T_v} &= \int \alpha dt, \\ -\ln |T_t - T_v| &= \alpha t + C, \\ |T_t - T_v| &= \exp(-\alpha t - C).\end{aligned}$$

Jelikož teplota těla T_t je vyšší než teplota vody, ve které se otužuje, můžeme odstranit absolutní hodnotu.

$$T_t - T_v = K \exp(-\alpha t).$$

Z počáteční podmínky, kdy měla v čase $t = 0$ voda teplotu $T_v(0) = T_{v0}$, určíme konstantu K

$$T_t - T_{v0} = K.$$

Pro časový vývoj teploty vody platí vztah

$$T_v(t) = T_t + (T_{v0} - T_t) \exp\left(-\frac{kS}{c_v V_v \rho_v d} t\right). \quad (3)$$

Při tepelné výměně vedením tedy dochází k ohřívání vody, které závisí na počáteční teplotě vody T_{v0} , jejím objemu V_v a ploše těla v kontaktu s vodou S . Po dosažení vztahu (3) zpět do rovnice (1) získáváme

$$\frac{dQ}{dt} = kS \frac{T_t - T_v(t)}{d} = \frac{kS}{d} (T_t - T_{v0}) \exp\left(-\frac{kS}{c_v V_v \rho_v d} t\right), \quad (4)$$

tepelný výkon tedy v čase klesá.

Typická teplota lidského těla činí přibližně $T_t = 310$ K [1]. Průměrný povrch těla dospělého člověka je $S = 1,86$ m² [2] a tloušťka lidské kůže $d = 4$ mm [3]. Uvažujme, že při otužování ve vaně se ponoří celý člověk, plochu obličejové vynořené kvůli dýchání zanedbejme. Tepelná vodivost lidské kůže a vody je přibližně stejná a činí $k = 0,6$ Wm⁻²K⁻¹ [4]. Objem běžné vany může mít 180 – 220 l [5] a objem lidského těla 65 l [6], uvažujme proto objem vody $V_v = 150$ l. Počáteční teplota vody vhodná pro otužování může činit $T_v(0) = 280$ K. Měrná tepelná

kapacita vody je přibližně $c_v = 4200 \text{ Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$ a hustota vody $\rho_v = 1000 \text{ kgm}^{-3}$ [7]. Po zadání těchto hodnot do vztahu (4) nám v čase $t = 0 \text{ s}$ vychází tepelný výkon necelých 8,4 kW. Po pěti minutách otužování se tepelný výkon snižuje na přibližně 7,4 kW a po deseti minutách na 6,4 kW.

Ze zkoumaných parametrů má při otužování ve vaně velký vliv počáteční teplota vody. Ze vztahu (4) je patrné, že tepelný výkon je přímo úměrný rozdílu teplot ($T_t - T_{v0}$). Tento rozdíl je jedním z hlavních hnacích mechanismů přenosu tepla. Čím nižší je teplota vody, tím rychleji tělo ztrácí teplo, což zvyšuje nároky na termoregulační schopnosti organismu. Nízké teploty vody způsobují rychlé ochlazování povrchu těla, což vede k aktivaci několika obranných mechanismů. Krevní cévy v kůži se stahují, čímž tělo omezuje ztráty tepla z krve. Zároveň se zvyšuje metabolická aktivita, aby se generovalo více tepla. Tělo tak reaguje na intenzivní chlad zvýšeným tepelným výkonem, což je důležité pro rozvoj odolnosti vůči nízkým teplotám. Při vyšších teplotách vody je proces ochlazování pomalejší a méně intenzivní, což poskytuje tělu možnost pozvolného přizpůsobení. Čím nižší je teplota vody, tím intenzivnější je otužování. To však zároveň vyžaduje od těla větší adaptaci a může být náročnější. Vyšší teploty vody naopak umožňují pozvolnější a snesitelnější otužování, ale efekt nemusí být tak výrazný. Ideální teplota závisí na cíli otužování a individuální zdatnosti člověka.

Jelikož ve vaně neobměňujeme vodu, průtok vody je přibližně nulový a nemá výrazný vliv při této metodě otužování. Při ponoření do vany je téměř celé tělo obklopeno vodou, takže ani účinky teploty okolí nejsou výrazné. Chladný vzduch může odvádět teplo z pokožky na vynořených částech těla, jako je obličej, a dále přispět k celkovému tepelnému stresu.

Přenos tepla prouděním (Newtonův ochlazovací zákon)

Průtok vody výrazně ovlivňuje intenzitu otužování tím, jak účinně odvádí teplo z povrchu těla. Tekoucí voda má schopnost rychleji nahradit ohřátou vrstvu vody v bezprostředním kontaktu s pokožkou novou, studenou vodou. Tento proces zvyšuje rychlost tepelného přenosu, což vede k větším tepelným ztrátám a intenzivnějšímu ochlazování. Při nízkém průtoku vody zůstává v blízkosti těla částečně ohřátá vrstva, která působí jako tepelný izolant a zpomaluje ochlazování. Naopak při vysokém průtoku dochází k neustálému odstraňování této vrstvy, což zvyšuje chladicí efekt. Tento mechanismus dělá z otužování pod tekoucí vodou náročnější způsob, protože tělo musí vydávat více tepla k udržení stálé teploty. Průtok vody také umožňuje větší flexibilitu při otužování. Lidé mohou průtok regulovat – nižší průtok je vhodný pro pozvolné otužování, zatímco vyšší průtok zajišťuje intenzivnější stimulaci termoregulačního systému.

Při sprchování proto dochází především k přenosu tepla prouděním, tepelný výkon je v tomto případě popsán Newtonovým ochlazovacím zákonem

$$\frac{dQ}{dt} = hS(T_t - T_v), \quad (5)$$

kde h je koeficient přestupu tepla.

Během sprchování dochází k neustále obměně tekoucí vody. Voda zahřátá od těla je tak téměř okamžitě nahrazena novou, studenou vodou. Vzhledem k této neustále obměně můžeme považovat teplotu vody T_v za konstantní. Při přenosu tepla prouděním tedy zůstává konstantní i tepelný výkon.

Hodnota koeficientu přestupu tepla je pro studenou vodu přibližně $h_v = 300 \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$ a pro vzduch $h_o = 25 \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$ [8]. Velikost koeficientu přestupu tepla však závisí na rychlosti proudění a může dosahovat výrazně odlišných hodnot. Plochu těla, která je při sprchování

v kontaktu s vodou, není jednoduché určit, souvisí například také s objemovým průtokem sprchové hlavice. Při větším objemovém průtoku pokrývá voda větší plochu těla. Uvažujme, že voda pokrývá 50% povrchu těla, pak je tepelný výkon podle vztahu (5) přibližně 8,4 kW. Zohledníme-li navíc proudění vzduchu o pokojové teplotě $T_o = 295 \text{ K}$, získáme k tepelnému výkonu příspěvek dalších 0,35 kW, celkový tepelný výkon při přenosu tepla prouděním během sprchování tak bude přibližně 8,75 kW. Zachováme-li během sprchování stejný proud dopadající vody, bude tento tepelný výkon po celou dobu otužování konstantní.

Ve vztahu (5) vidíme, že stejně jako u otužování ve vaně, je i při sprchování tepelný výkon přímo úměrný rozdílu teplot ($T_t - T_v$), který má stejný efekt jako u předchozí metody. U sprchy je v kontaktu s vodou menší plocha těla, zejména pokud se používá běžný proud vody, který může zasáhnout pouze určité oblasti těla. Voda se rychle pohybuje a odstraňuje ohřátou vrstvu vody z pokožky, ale protože je kontakt omezen pouze na určité části těla (obličej, ramena, paže atd.), tepelné ztráty jsou menší než při ponoření celého těla. Přesto tekoucí voda může být efektivní pro stimulaci termoregulačních reakcí, zejména pokud je průtok vody vysoký, což zvyšuje intenzitu ochlazování v dané oblasti a plochu těla, na kterou voda dopadá.

Pokud je koupelna nebo okolní prostor studený, může vzduch výrazně přispět k celkovým tepelným ztrátám. Chladný vzduch urychluje ochlazování těla, protože zvyšuje proudění – teplý vzduch, který je v kontaktu s pokožkou, se nahrazuje studeným vzduchem, což zrychluje tepelné ztráty. Při sprchování tedy platí, že chladnější okolní prostředí vede k intenzivnějším tepelným ztrátám, zatímco teplejší vzduch kolem snižuje celkovou zátěž těla.

Při ponoření do vany se efekt přenosu tepla prouděním projevuje také. Pro klidnou vodu činí koeficient přestupu tepla přibližně $h_{v,0} = 50 \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$ [8]. V tomto případě opět uvažujeme, že voda je v kontaktu s celou plochou lidského těla. Podle vztahu (5) je při ponoření do vany tepelný výkon z přenosu tepla prouděním přibližně 2,8 kW. Při přičtení tepelného výkonu z přenosu tepla vedením získáváme při ponoření do vany tepelný výkon 9,2 kW.

Přenos tepla zářením (Stefanův-Boltzmannův zákon)

Na zbylém povrchu těla, který není v kontaktu s vodou, dochází k přenosu tepla zářením mezi tělem a jeho okolím. Tepelný výkon záření je popsán Stefanovým-Boltzmannovým zákonem

$$\frac{dQ}{dt} = \sigma S \varepsilon (T_t^4 - T_o^4), \quad (6)$$

kde σ je Stefanova-Boltzmannova konstanta, ε emisivita a T_o teplota okolí.

Vzhledem k tomu, že voda má vysokou tepelnou kapacitu a hustotu, je přenos zářením ve vodním prostředí zanedbatelný ve srovnání s vedením a prouděním.

Hodnota Stefanovy-Boltzmannovy konstanty činí $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$ a emisivita lidského těla je $\varepsilon = 0,96$ [1]. I v případě, že je celá plocha lidského těla v kontaktu s okolním vzduchem, činí tepelný výkon při přenosu tepla zářením podle vztahu (6) pouze 168 W, je tedy vůči přenosu tepla vedením a prouděním zanedbatelný.

Závěr

Otužování je efektivní metodou stimulace termoregulačního systému lidského těla. Rozdílné způsoby otužování – ponoření do studené vody a sprchování studenou tekoucí vodou – se liší mechanismem přenosu tepla, intenzitou tepelné zátěže i dynamikou ochlazování. Při ponoření do vany převládá přenos tepla vedením, jehož intenzita postupně klesá v čase v důsledku ohřívání vody. Oproti tomu sprchování je charakterizováno prouděním, které zajišťuje konstantní

tepelný výkon díky neustálé obnově studené vody na povrchu těla. Zářením se odvádí zanedbatelné množství tepla. Klíčovým faktorem zůstává teplotní rozdíl mezi tělem a vodou, který určuje náročnost celého procesu. Volba metody závisí na požadované intenzitě ochlazení a cílech otužování.

Reference

- [1] W-Technika Flir, online, dostupné z:
<https://termokamery-flir.cz/jak-spravne-merit-telesnou-teplotu-termokamerou/>
[cit. 2025-09-06]
- [2] proLékaře.cz, online, dostupné z:
<https://www.prolekare.cz/casopisy/ceska-slovenska-farmacie/2015-6-6/povrch-tela-a-telesna-hmotnost-dospele-ceske-onkologicke-populace-57326>
[cit. 2025-09-06]
- [3] Dekubity.eu, online, dostupné z:
<https://www.dekubity.eu/informace-pro-verejnost/kuze/>
[cit. 2025-09-06]
- [4] Práce a mzda, online, dostupné z:
<https://www.praceamzda.cz/clanky/9347/urazy-lidske-kuze-vyvolane-ucinky-tepelne-energie>
[cit. 2025-09-06]
- [5] Koupelnové vybavení.cz, online, dostupné z:
<https://www.koupelnovevybaveni.cz/jak-vybrat-vanu-p184758/>
[cit. 2025-09-06]
- [6] Bionumbers, online, dostupné z:
<https://bionumbers.hms.harvard.edu/bionumber.aspx?s=n&v=3&id=109718>
[cit. 2025-09-06]
- [7] WikiSkripta, online, dostupné z:
https://www.wikiskripta.eu/w/Fyzik%C3%A1ln%C3%AD_a_chemick%C3%A9_vlastnosti_vody
[cit. 2025-09-06]
- [8] SOLIDWORKS Help, online, dostupné z:
https://help.solidworks.com/2021/english/SolidWorks/cworks/c_convection.htm
[cit. 2025-09-06]
- [9] The Engineering ToolBox, online, dostupné z:
https://www.engineeringtoolbox.com/convective-heat-transfer-d_430.html
[cit. 2025-09-06]

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.