Úloha III.2 ... Mišo nechce zemřít

3 body; (chybí statistiky)

Mišo našel v práci starý zářič, který obsahuje ^{90}Sr *a v roce 1974 měl aktivitu* 5 mCi. *Jak dlouho by se Mišo musel nechat rovnoměrně ozařovat tímto žářičem, aby dosáhl smrtelné dávky* 10 Sv? *Předpokládejme, že všechny následné rozpady jsou okamžité a že všechny produkty rozpadu Mišo pohltí rovnoměrně. Mišo váží* 65 kg *a zářič objevil v roce 2020.*

Mišo našiel v práci žiarič.

^{90}Sr se podle rozpadové řady přeměnuje β-rozpadem na ^{90}Y, přičemž vyzáří energii $e_1 \approx$ $\approx 0{,}55\,\mathrm{MeV}$. ^{90}Y se pak následně přemění opět β-rozpadem na ^{90}Zr a vyzáří energii $e_2 \approx$ $\approx 2{,}28\,\mathrm{MeV}$. Protože máme všechny rozpady po přeměně ^{90}Sr považovat za okamžité, budeme počítat pouze s poločasem rozpadu ^{90}Sr, tedy $t_{1/2} \approx 29\,\mathrm{let}$, z čehož dostáváme rozpadovou konstantu $\lambda = \ln 2/t_{1/2} \approx 0{,}024\,(\mathrm{let})^{-1}$. Energii E potřebnou k usmrcení Miša dostaneme ze vztahu

$$A = \frac{E}{m} \quad \Rightarrow \quad E = Am\,,$$

kde A je efektivní dávka na usmrcení Miša a m jeho hmotnost. Nyní již lehce zjistíme počet ΔN rozpadů, které vyzáří tuto energii

$$\Delta N = \frac{E}{e_1 + e_2} = \frac{Am}{e_1 + e_2}\,.$$

Dále potřebujeme zjistit, jakou bude mít zářič aktivitu R_1 v roce 2020, využijeme proto vzorce

$$R_1 = R_0 \mathrm{e}^{-\lambda T} \doteq 1{,}7\,\mathrm{mCi}\,,$$

kde $T = 46\,\mathrm{let}$ je doba, po kterou nás aktivita zajímá, a R_0 je aktivita starého zářiče. Převodní vztah pro aktivitu R_1 a počet částic N_1 v roce 2020 je

$$R_1 = N_1 \lambda\,,$$

tedy pro N_1 platí

$$N_1 = \frac{R_0}{\lambda}\mathrm{e}^{-\lambda T}\,.$$

Navíc $N_2 = N_1 - \Delta N$ je počet částic ve chvíli, když by Mišo umřel. Vyjdeme z rovnice

$$N_2 = N_1 \mathrm{e}^{-\lambda t}\,,$$

z čehož vyjádříme čas t, za jak dlouho by Mišo umřel

$$t = -\frac{\ln \frac{N_2}{N_1}}{\lambda} = -\frac{1}{\lambda}\ln\left(\frac{N_1 - \Delta N}{N_1}\right) = -\frac{1}{\lambda}\ln\left(1 - \frac{Am\lambda e^{\lambda T}}{(e_1 + e_2)\,R_0}\right) \doteq 2{,}7 \cdot 10^2\,\mathrm{dní}\,.$$

Po dosazení nakonec dostaneme, že by Mišo umřel po zhruba 270 dnech ozařování zářičem.

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte `https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/`.