

Úloha I.2 ... filodendron na cestě

3 body; průměr 2,62; řešilo 159 studentů

Jarda veze Viktorovi v kufru auta nový filodendron. Ten je zasazen v květináči s kruhovou podstavou o poloměru 6 cm a těžiště filodendronu spolu s květináčem se nachází ve výšce 7 cm. Jarda jede rychlostí $90 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, ale přijíždí do zatáčky o poloměru křivosti 10 m. Aby se filodendronu dobře dařilo, nesmí se po cestě ani naklopit. Kde nejbližze zatáčky proto musí Jarda začít brzdit? Zatáčku chce projet konstantní rychlostí. *Jarda je velkopěstitel.*

Aby se daná květina ani nenaklopila, musí být moment tíhové síly vůči rohu květináče vždy větší než moment setrvačné síly ve vztahné soustavě spjaté s autem. Hraniční situace nastane, pokud se budou rovnat. Protože se zadání navíc ptá na nejkratší vzdálenost, je potřeba co největší zrychlení.

Maximální možné zrychlení plyne z výše zmíněné rovnosti momentů

$$rmg = hma \Rightarrow a = \frac{rg}{h},$$

kde m je hmotnost filodendronu i s květináčem, r je poloměr květináče a h je výška těžiště.

S tímto maximálním zrychlením se může auto pohybovat zatáčkou. Ze vztahu pro odstředivé zrychlení $a = v_z^2/R$ tak dopočítáme velikost jeho rychlosti v zatáčce jako

$$v_z = \sqrt{aR},$$

přičemž R je poloměr zatáčky.

Na tuto rychlost musí zpomalit už před zatáčkou, a to na hledané dráze x . I zde se může pohybovat s maximálním zrychlením a . Aby auto zpomalovalo s tímto zrychlením, musí na něj působit brzdná síla ma . Ta na hledané dráze x vykoná práci xma . O tuto energii se před zatáčkou sníží kinetická energie auta. Ze zákona zachování energie proto vyjádříme x jako

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = max + \frac{1}{2}mv_z^2 \Rightarrow x = \frac{v_0^2 - v_z^2}{2a} = \frac{hv_0^2 - rgR}{2rg} \doteq 32 \text{ m}.$$

Minimální brzdná vzdálenost je tak přibližně 32 m.

Jaroslav Herman
jardah@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.