

Úloha VI.P ... uvařit oceán

10 bodů; (chybí statistiky)

Jak dlouho by trvalo ohřát světový oceán na teplotu varu? Uvažujte různé zdroje energie, ale jen takové, které jsou dostupné na Zemi (včetně slunečního záření).

Michal is oblíbený anglický kvantifikátor „to boil the ocean“.

Odpověď na otázku ze zadání je zdánlivě jednoduchá, množství tepla vydělíme výkonem a získáme čas. Pojdme si rozebrat kolik energie potřebujeme, odkud ji vezmeme a jak ji dodáme mase oceánu.

Podle poučky s oslem je poloměr Země $R_Z = 6378 \cdot 10^3$ m a podle úřadu NOAA¹ je průměrná hloubka oceánu $\bar{h} = 3688$ m, méně než tisícina poloměru, můžeme tedy objem vody spočítat ze součinu povrchu a tloušťky této povrchové vrstvy.²

Var nastává, když tlak sytých par dosáhne okolního tlaku (a kapalina se vypařuje v celém svém objemu). Tuto skupenskou přeměnu postihuje Clausiova-Clayperonova rovnice, z níž lze odvodit vztah pro teplotu varu

$$T_v(h) = \left(\frac{1}{T_{\text{atm}}} - \frac{R \ln\left(\frac{p(h)}{p_{\text{atm}}}\right)}{H_{\text{aq}}} \right)^{-1},$$

kde $T_{\text{atm}} = 373$ K je známá teplota varu při $p_{\text{atm}} = 101$ kPa a $p(h) = h\rho g + p_{\text{atm}}$ je tlak v hloubce h a H_{aq} je molární skupenské teplo varu. Dosadíme-li tabulkové hodnoty vody, zjistíme, že $T_v(\bar{h}) \approx 677$ K = 403 °C. Tato teplota je zajímavá zejména při porovnání s teplotou kritického bodu vody. Po srovnání zjistíme, že oceán by ve své průměrné hloubce ani vřít nemohl. Pro další účely nám bude stačit var pouze u hladiny avšak s ohřevem celého objemu na $T_{\text{atm}} = 373$ K = 100 °C.

Základní teplota oceánu je v povrchových vodách proměnlivá, od -2 °C do zhruba 32 °C, vlivem počasí či místního podnebí, tento fenomén se projevuje po tzv. termoklinu, odkud se teplota již nemění a je mezi 0 °C a 3 °C.³ Hloubka termokliny je několik set metrů pod hladinou, vzhledem k průměrné hloubce vezmeme průměrnou základní teplotu před ohřevem $T_0 = 276$ K = 3 °C.

Celkem tedy k ohřevu potřebujeme⁴

$$Q = 4\pi R_Z^2 \bar{h} \rho_{\text{aq}} C_{\text{aq}} (T_v(0 \text{ m}) - T_0) \approx 7,64 \cdot 10^{26} \text{ J} = 764\,000 \text{ ZJ} = 212\,000 \text{ EWh}$$

Dříve než bychom řešili způsob přenosu takové energie, zamyslíme se nad možnostmi pokrytí těchto energetických nároků. Relativně energeticky koncentrovaná jsou fosilní paliva. V praxi se odlišuje od spalného tepla výhřevnost, která je nižší, neboť nepočítá s teplem, které odnesou plynné vodní páry. (Čím vyšší poměr vodíku oproti uhlíku v palivu, tím větší je tento rozdíl, kolem 10% pro methan.) V tabulce 1 jsou uvedena spalná tepla, nicméně vzhledem k variabilitě kvality surovin i odhadu jejich množství na tomto rozdílu tolik nesejde – nemusíme zatím řešit způsob přenosu tepla z paliva do vody.

Tabulka uvádí celkové zásoby vybraných paliv, jejich společná energie je přesto o mnoho řádů nižší než potřebné teplo. Známými fosilními palivy bychom tedy oceán zdaleka neuvařili.

¹<https://oceanservice.noaa.gov/facts/oceandepth.html>

²Pro zjednodušení budou další úvahy zanedbávat třetinový povrch souše.

³https://en.wikipedia.org/wiki/Ocean_temperature

⁴ $E = 10^{18}$, $Z = 10^{21}$

Tabulka 1: Energie zásob fosilních paliv

| palivo | hustota energie | zásoby | energie |
|------------|---------------------------|--|---------|
| ropa | 6,1 GJ/barel ^a | $1,5 \cdot 10^{12}$ barel ^b | 9,2 ZJ |
| zemní plyn | 37,8 MJ/m ^{3c} | $2,05 \cdot 10^5$ km ^{3d} | 7,7 ZJ |
| hnědé uhlí | 17 MJ/kg ^e | $410 \cdot 10^9$ t ^f | 7,0 ZJ |
| černé uhlí | 30 MJ/kg ^g | $410 \cdot 10^9$ t ^h | 12 ZJ |
| celkem | – | – | 36 ZJ |

^ahttps://en.wikipedia.org/wiki/Barrel_of_oil_equivalent^bhttps://en.wikipedia.org/w/index.php?title=List_of_countries_by_proven_oil_reserves&oldid=1221410516, údaj OPEC 2021^chttps://cs.wikipedia.org/wiki/Spalné_teplo^d<https://www.eia.gov/international/data/world/natural-gas/dry-natural-gas-reserves>, údaj EIA 2020^e<https://cs.wikipedia.org/wiki/Výhřevnost>^f<https://cs.wikipedia.org/wiki/Uhlí>, údaj BP 2008^g<https://cs.wikipedia.org/wiki/Výhřevnost>^h<https://cs.wikipedia.org/wiki/Uhlí>, údaj BP 2008

Lehkovodní jaderný reaktor je schopen⁵ vyrobit 544 GJ/kg_U, na hmotnost je uran tedy zhruba 10 000krát koncentrovanější než ropa.⁶ Stejný dokument⁷ odhaduje ekonomicky těžitelné zásoby uranu ve světě na $8 \cdot 10^9$ kg_U, čili je v nich k dispozici 4,3 ZJ energie. To je k našemu ohřevu ještě méně dostatečné než nejtenčí zásoby fosilních paliv.

Jaderný rozpad probíhá i přirozeně v zemské kůře a pro ohřev vody bychom mohli využít rovnou toto teplo, dohromady s teplem ze zemského jádra je takto k dispozici $\dot{P}_{\text{geo}} = (50 \dots 100) \text{ mW/m}^2$.^{8 9} Teplota kůry u dna oceánu je vyrovnaná s teplotou vody, abychom teplo dostali do vody, museli bychom kopat do hloubky cca 10 km, kde začíná teplota přesahovat minimálně 100 °C. Přenos tepla vedením je úměrný rozdílu teplot a tepelné vodivosti λ

$$\dot{P} = \lambda \frac{\Delta T}{\Delta h},$$

kde \dot{P} značí výkon na jednotku plochy. Voda má tepelnou vodivost $\lambda_{\text{aq}} = 0,6 \text{ W/m/K}$, takže vodní sloupec by dokázal při daném gradientu „vytáhnout“ jen $\dot{P}_{\text{aq}} \approx 6 \text{ mW/m}^2$. Lépe bychom pořídili s vyplněním šachet mědi s $\lambda_{\text{Cu}} \approx 400 \text{ W/m/K}$, jež nám dá $\dot{P}_{\text{Cu}} \approx 3,9 \text{ W/m}^2$. Udržitelný výkon z jádra je však nižší, a tak by šachty v průměru zabraly $\dot{P}_{\text{geo}}/\dot{P}_{\text{Cu}} \approx 2\%$ rozlohy.¹⁰

Čas na ohřev vody tímto výkonem by byl

$$t_{\text{geo}} = \frac{Q}{4\pi R_Z^2 \dot{P}_{\text{geo}}} = \frac{\bar{h} \rho_{\text{aq}} C_{\text{aq}} (T_v(0 \text{ m}) - T_0)}{\dot{P}_{\text{geo}}} \approx 1,6 \cdot 10^6 \text{ let}$$

⁵https://www.oecd-nea.org/upload/docs/application/pdf/2020-12/7555_uranium_-_resources_production_and_demand_2020_web.pdf, Appendix 5. Energy conversion factors⁶Počítáme s využitím existujících reaktorů, teoreticky uvolní úplný jaderný rozpad ještě více energie, viz. úloha 3 z 2. série.⁷Table 1.2a. Identified recoverable resources, 2019⁸http://www.withouthotair.com/c16/page_97.shtml, z jádra jen 10 mW/m²⁹https://web.archive.org/web/20110811133919/http://anquetil.colorado.edu/EPP3/readings/Pollack_etal_1993_Rev_Geophys.pdf, z jádra jen 10 mW/m²¹⁰Realizace \dot{P}_{Cu} by znamenala nahrazení 10 kilometrů zemské kůry mědi.

kde jsme použili $\dot{P}_{\text{geo}} = 30 \text{ mW/m}^2$, jelikož při odběru z vyšší hloubky zůstává jen teplo z jádra (Země) a mizí příspěvek jádra (rozpadu). S ohledem na stáří naší planety by geotermální výkon byl udržitelný po spočtenou dobu t_{geo} .

V rozboru dalších zdrojů přeskočíme větrné a vodní elektrárny, neboť tyto nakonec používají energii „z počasí“, která pochází ze Slunce a věnujme se rovnou sluneční energii, již můžeme na Zemi zachytávat. Uvažujme solární konstantu $\dot{P}_{\odot} = 1370 \text{ W/m}^2$, která udává měrný výkon ze Slunce ve vzdálenosti Země, celkovou hodnotu získáme násobením průmětem Země πR_Z^2 vůči Slunci

$$t_{\odot} = \frac{Q}{\pi R_Z^2 P_{\odot}} = \frac{4\bar{h}\rho_{\text{aq}}C_{\text{aq}}(T_v(0\text{ m}) - T_0)}{P_{\odot}} \approx 138 \text{ let}$$

Tento výsledek nám připomene, že jsme zatím neuvažovali žádné ztráty při ohřevu, neboť, jak víme z atlasů i kronik, oceán celkově nevaří. Ztráty tepla přes dno nejsou tolik podstatné, protože by to rozšířilo původní otázku „pouze“ o ohřev vrstvy 10 kilometrů zemské kůry, která přiléhá na oceán. Hlavní ztrátou je tzv. topení pánu bohu do oken. Rozehřátý oceán by svým povrchem vyzařoval energii pryč do vesmíru podle Steffan-Boltzmannova zákona

$$P_{\text{okna}} = 4\pi R_Z^2 \sigma T_v(0\text{ m})^4 \approx 5,6 \cdot 10^5 \text{ TW},$$

zatímco náš nejsilnější (podle výkonu) zdroj Slunce dokáže dodat

$$P_{\odot} = \pi R_Z^2 \dot{P}_{\odot} \approx 1,8 \cdot 10^5 \text{ TW},$$

takže bychom takto teploty varu nemohli dosáhnout.

Vyzářenou energii bychom mohli odrážet zpět do vody obřím zrcadlem, jenže tím bychom si zároveň stínili Slunce a nebylo by co odrážet. Polopropustné zrcadlo není jednosměrné, nýbrž polovinu energie odrazí a polovinu propustí, tímto bychom opět přišli o výkon ze Slunce. Nešlo by záření filtrovat podle něčeho jiného než směru, odkud přichází? Zmíněný Steffan-Boltzmannův zákon nám dává celkový tok energie při dané teplotě tělesa, kromě toho teplota ovlivňuje i vyzařované spektrum. Vlnová délka maxima vyzařování je nepřímou úměrná teplotě (derivací Planckova zákona), což je známo jako Wienův posunovací zákon

$$\lambda_{\text{max}} \doteq \frac{hc}{4.97k_B T}.$$

Sluneční světlo má zhruba stejné spektrum jako černé těleso o teplotě 5800 K, zatímco rozeřhřátá voda bude mít nejvýše $T_v = 373 \text{ K}$, čemuž odpovídá jiné spektrum (vlnová délka maxima posunuta asi 15násobně). Potřebným filtrem jsou tzv. skleníkové plyny – propouští vysokoteplotní světlo ze Slunce, ale odrazí¹¹ nízkoteplotní světlo z rozeřhřátého oceánu. Zda lze docílit $P_{\text{okna}} - P_{\text{odraz}} \leq P_{\odot}$ záleží na konvoluci (překryvu) spekter, kterou ponecháme laskavému čtenáři.

Další typ ztráty, který bychom měli zhodnotit je ztráta samotné vody z oceánu kvůli výparu. Odpaření kilogramu vody vyžaduje zhruba 5krát více energie než ohřev stejného množství o 100°C ($H_{\text{aq}}/(100^\circ\text{C} \cdot C_{\text{aq}})$), ale to neznamená, že by se voda nemohla vypařit dříve než začne vřít. S dříve uvažovanými výkony by to trvalo 5krát déle (nedošlo-li by k žádnému ohřevu a jen výparu). Kam s touto párou? Tlak sytých vodních par při 100°C je p_{atm} , čemuž odpovídá

¹¹Pohlíá a rozptýlí v atmosféře, k oceánu by se vracela energie nepřímou ze vzduchu, nikoliv přímo odrazem.

podle stavové rovnice hustota par $\rho_{\text{vap}} = 0,6 \text{ kg/m}^3$, jíž odhadneme výšku (rovnoměrné) vodní atmosféry

$$h_{\text{vap}} = \bar{h} \frac{\rho_{\text{aq}}}{\rho_{\text{vap}}} \approx 6 \text{ 100 km}$$

Tato výška není zanedbatelná vůči poloměru Země – neplatí tedy předpoklad odhadu, že objem atmosféry je součin povrchu a tloušťky. Nicméně i s patřičným výpočtem by tloušťka této vodní atmosféry byla více než tradiční výška atmosféry (kolem 100 km). Z toho usoudíme, že celý oceán by se do atmosféry nevešel (o to méně, byla-li by teplota a tlak par nižší). Výsledkem by byla rovnováha mezi tekutým neodpařeným vroucím zbytkem oceánu a mlžnou atmosférou nad ním.¹²

Shrnutí

Nejprve jsme odhadli množství energie k uvaření oceánu, z dostupných zdrojů informací neexistuje palivo pro pokrytí a museli bychom spolehnout na sluneční energii (snad i na geotermální energii). Kdybychom zcela zamezili tepelnému vyzařování do vesmíru, vyšel by teoretický dolní odhad doby uvaření oceánu na 138 let. Nedokonalou tepelnou izolaci bychom mohli realizovat skleníkovými plyny. I tak by se oceán dříve z podstatné části odpařil (za tisícovky let podle kvality sklenku), než by začal vařit.

Michal Koutný
michal@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.

Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.

¹²Pro zajímavost odkážeme na *Messinskou salinitní krizi*, kdy vyschlo Středozemní moře. Výpar byl poháněn zejména sluneční energií, díky relativně malé rozloze bylo pro mořské vody v atmosféře dost místa, a tak se vypařilo dříve než začalo vařit. Stejně jako když necháme na slunci nádobu s vodou, když nezaprší, nakonec vyschne.