

Úloha V.1 ... anexe Kaliningradu

3 body; průměr 2,62; řešilo 74 studentů

Velitel operace převzetí ruské enklávy si hovoří ve svém rekreačním člunu ve tvaru kvádrů s plochou podstavy S a výšce H , když v tom diverzní skupina prorazí na dně Viselského zálivu přímo pod ním díru do alkoholovodu – potrubí přivádějící do Královce z Budějovic kvalitní českou nedostatkovou surovinu o hustotě ρ_B . Zjistěte, za jakých podmínek se člun potopí, jestliže před nehodou byl ponořen do hloubky h a vrstva piva na hladině po nehodě je Δh .

Adam má bujnou fantazii, ale obcházet fyziku s ní nechce.

Primární podmínka, která není v zadání explicitně zmíněna, ale musí být splněna, je $\rho_B < \rho$, kde ρ_B je hustota piva a ρ hustota vody. V zadání je totiž řeč o vytvoření vrstvy piva na vodě, takže jeho hustota musí být nižší než hustota vody.

Protože člun na počátku určitě plul po hladině, musí být jeho horní okraj nad hladinou vody, nutně tedy musí platit $H > h$, jinak by dovnitř natekla voda. Objem ponořené části v takovém případě je Sh , takže podle Archimédova zákona působí na člun směrem vzhůru vztlaková síla o velikosti $F_v = Sh\rho g$, kde g je tíhové zrychlení. Hmotnost celé lodi i s nákladem a posádkou musí být $m = Sh\rho$, neboť se její tíhová síla vyrovnala právě se silou vztlakovou.

Jakmile se na hladině ustanoví vrstva piva, musíme vztlakovou sílu rozdělit na dvě části – tu od části lodi ponořené v pivu a tu od části lodi, která je ještě ponořená ve vodě. Samozřejmě, pokud po nehodě platí $\Delta h > H$, pak je člun potopen pouze v pivu. V takovém případě je limitujícím faktorem hustota piva – pokud je příliš nízká, člun se potopí. Hraniční případ nastane při rovnosti tíhové a vztlakové síly v situaci, kdy je člun potopen až po svůj horní okraj, tedy hloubka ponořené části je H

$$mg = HS\rho_B g \quad \Rightarrow \quad \frac{\rho_B}{\rho} = \frac{m}{HS} = \frac{h}{H}.$$

Pokud je tloušťka vrstvy piva větší než výška člunu a zároveň je hustota piva nižší než $\rho h/H$, pak je vztlaková síla menší než tíhová a člun se potopí.

Obtížnější situace nastane, pokud $\Delta h < H$. Stále se ovšem může stát, že člun bude ponořen pouze v pivu. V takovém případě musí být hloubka ponořené části menší než Δh , takže není možné, aby se člun ponořil. Musíme se nyní proto zaměřit na případ, že část lodky bude ponořena i ve vodě.

Vztlakovou sílu tedy rozdělíme na dvě části podle druhu kapaliny a objemu, který v tom kterém druhu lodka zabírá. Dostáváme velikost vztlakové síly jako

$$F_v = S(\Delta h\rho_B + \rho h')g,$$

kde h' je vzdálenost od rozhraní vody s pivem ke spodu člunu. Aby se lodka potopila, musí do ní natéct voda zeshora, tedy musí platit $\Delta h + h' = H$, a zároveň musí být tíhová síla lodky pořád větší než vztlaková. Dosazením do předchozí rovnice za h' dostáváme

$$mg > S(\Delta h\rho_B + \rho(H - \Delta h))g \quad \Rightarrow \quad \Delta h\rho_B + \rho H - \rho\Delta h < h\rho.$$

Pokud na jednu stranu rovnice srovnáme hustoty a na druhou vertikální vzdálenosti, dostaneme vztah

$$\frac{\rho_B}{\rho} < 1 - \frac{H - h}{\Delta h}.$$

Už víme, že poměr hustot je menší než 1. Zároveň ale víme, že $H > h$, takže i výraz na pravé straně je menší než 1. Nyní již závisí na konkrétních hodnotách veličin. V limitním případě $\Delta h = H$ dostáváme stejný výraz, jako když jsme předpokládali, že $\Delta h > H$.

Nakonec můžeme konstatovat, že naše výsledky nezávisí ani na ploše podstavy člunu S , ani na tíhovém zrychlení g .

Jaroslav Herman
jardah@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.