

Úloha IV.S ... ohrev a explózie

10 bodů; průměr 5,54; řešilo 48 studentů

1. Majme tenkostennú sklenenú nádobu o objeme $V_1 = 100$ ml, ktorej hrdlo je tenká a dlhá zvislá kapilára s vnútorným prierezom $S = 0,20$ cm², naplnenú vodou o teplote $t_1 = 25$ °C až po spodok hrdla. Túto nádobu ponoríme do väčšej nádoby naplnenej objemom $V_2 = 2,001$ olivového oleja s teplotou $t_2 = 80$ °C. O kolko vystúpa voda v kapiláre?
2. V uzatvorenej nádobe s objemom 11,0l sa nachádza slabý roztok obsahujúci hydroxid sodný s pH = 12,5 a objemom 1,0l. V priestore nad hladinou spálime 100 mg práškového uhlíka. Určte hodnotu tlaku v nádobe niekoľko sekúnd po dohorení, o pol hodiny a po uplynutí jedného dňa. Pred experimentom sa v nádobe nachádzal vzduch o štandardnom zložení za štandardných podmienok, podobne v okolí nádoby udržujeme v laboratóriu štandardnú teplotu.
3. Popíšte tri rôzne spôsoby, ktorými je možné určiť teplotu hviezd. Na akých základných fyzikálnych princípoch sú postavené a na čo si musíme dávať pozor?

Dodo si spomínal na stredoškolskú chémiu.

Úloha 1

Prvým krokom je určiť teplotu oboch kvapalín po dosiahnutí tepelnej rovnováhy. Využijeme kalorimetrickú rovnicu

$$\rho_1 V_1 c_1 t_1 + \rho_2 V_2 c_2 t_2 = (\rho_1 V_1 c_1 + \rho_2 V_2 c_2) t_3,$$

kde $\rho_1 = 0,98$ kg/L je hustota vody a $\rho_2 = 0,91$ kg·L⁻¹ oleja, $c_1 = 4,2$ kJ·kg⁻¹·K⁻¹ merná tepelná kapacita vody, $c_2 = 1,97$ kJ·kg⁻¹·K⁻¹ oleja. Použité hodnoty sú však závislé na teplote, vzťah taktiež nepredpokladá zmeny hustoty a tepelnej kapacity na teplote, jedná sa preto len o riešenie s presnosťou na najviac dve platné cifry. Vyjadrením a dosadením dostaneme teplotu $t_3 \doteq 74$ °C.

Druhou časťou je vypočítať expanziu vodného stĺpca. Koeficient objemovej rozťažnosti $\gamma = 2,6 \cdot 10^{-4}$ K⁻¹ nám dáva zmenu objemu

$$\Delta V_1 = V_1 \gamma (t_3 - t_1) = S \Delta h,$$

po úprave

$$\Delta h = \frac{V_1 \gamma (t_3 - t_1)}{S} = 6,4 \text{ cm}.$$

Avšak objem vody v závislosti na teplote nie je priamkou, pre správny výsledok tak musíme použiť priamo hustotu vody pri dvoch rôznych teplotách $\rho_1(t_1) = 997$ kg·m⁻³ a $\rho_1(t_3) = 975$ kg·m⁻³, takže dostaneme

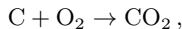
$$\Delta V_1 = V_1 \left(\frac{\rho_1(t_1)}{\rho_1(t_3)} - 1 \right),$$

$$\Delta h = \frac{V_1}{S} \left(\frac{\rho_1(t_1)}{\rho_1(t_3)} - 1 \right) \doteq 11 \text{ cm}.$$

Zmena polohy vodnej hladiny v kapiláre vplyvom kapilárnych javov a teplotnou zmenou povrchového napätia je v ráde jednotiek milimetrov, preto ju v našom riešení zanedbávame.

Úloha 2

Najprv si vypočítajme, koľko máme čoho v našom uzatvorenom systéme. Ak od objemu nádoby odčítame objem roztoku, dostávame objem 10l vzduchu, čo použitím molárneho objemu za 100 kPa a 25 °C s hodnotou $V_m = 24,51$ dáva látkové množstvo približne $n_{vz} \doteq 0,41$ mol. Vzduch obsahuje 21 % kyslíka, čo do počtu molekúl, máme preto k dispozícii $n_{O_2} = 0,086$ mol. Otázkou je, či je to dostatočné množstvo na dokonalé spálenie $m_C = 100$ mg uhlíka. Využívajúc molárnu hmotnosť atomárneho uhlíka $M_m(C) = 12,0 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$ dostávame látkové množstvo $n_C = 0,00833$ mol. Uhlík horí pri reakcii



teda sa pri dokonalom horení spotrebuje práve $n_C \ll n_{O_2}$ kyslíka za vytvorenia rovnakého množstva oxidu uhličitého.

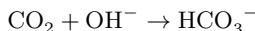
Pri reakcii sa navyše uvoľní spálne teplo s hodnotou $H = 37,2 \text{ kJ}\cdot\text{g}^{-1}$, teda $Q = mH = 3,72 \text{ kJ}$ na našich sto miligramov uhlíka. Z predbežných výpočtov sa ešte pozrime na roztok na dne nádoby. Hydroxid sodný vo vode plne disociuje na



koncentrácia hydroxidových aniónov je preto rovnaká ako koncentrácia hydroxidu samotného.¹ Túto koncentráciu vieme približne určiť ako

$$c = c_0 10^{\text{pH}-14} = 0,032 \text{ mol/L},$$

kde $c_0 = 1 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$. Celkovo je teda v roztoku $n_{NaOH} = 0,032$ mol (asi 1,3 g). Pre úplnosť dodajme, že vody je v nádobe asi $m_{H_2O} = 1 \text{ kg}/(18,0 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}) \doteq 56$ mol. Horením vzniknutý oxid uhličitéy bude pomaly pohltený týmto zásaditým roztokom podľa rovnice



za vzniku hydrogenuhlíčanového aniónu. Opäť môžeme vidieť, že $n_{CO_2} \ll n_{OH^-}$, a teda reakcia prebehne do úplného odstránenia oxidu uhličitého z plynu.

Pustime sa teda do výpočtu tlakov. Niekoľko sekúnd po dohorení bude látkové množstvo plynu rovnaké ako na začiatku, jeho teplota bude vplyvom uvoľnenej energie vyššia. Vzhľadom na vznikajúce turbulentné prúdenie v nádobe môžeme predpokladať pomerne rýchle nastavenie tepelnej rovnováhy v plyne. Ak budeme uvažovať mernú tepelnú kapacitu ideálneho dvojatómového plynu pri konštantnom objeme $c_V = 5R/2 = 20,8 \text{ J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, dôjde k ohrevu o

$$\Delta T = \frac{Q}{c_V n_{vz}} \doteq 440 \text{ K}.$$

tlak preto vzrastie podľa rovnice pre izochorický dej na

$$p_1 = p_0 \frac{T_0 + \Delta T}{T_0} \doteq 250 \text{ kPa}.$$

Následne plyn v nádobe vychladne na jej pôvodnú teplotu danú teplotou okolia, tlak sa preto zníži. Keďže látkové množstvo plynu, jeho teplota a objem sú rovnaké ako na začiatku je aj tlak $p_2 = p_0 = 100 \text{ kPa}$.

¹V skutočnosti ešte ku koncentrácii hydroxidových aniónov prispieva voda svojou disociáciou, tento príspevok je ale v našej situácii rádovo zanedbateľný.

Následne sa pomalým procesom oxid uhličitý absorbuje v roztoku. Z plynu preto ubudne $n_C = 0,00833$ mol molekúl. Pre tento proces máme zo stavovej rovnice pri konštantnej teplote a objeme vzťah

$$\frac{p_3}{p_0} = \frac{n_{vz} - n_C}{n_{vz}}.$$

Dôjde teda k malému poklesu tlaku na $p_3 \doteq 98$ kPa.

Úloha 3

Pri určovaní teplôt kozmických telies sa stretávame s jedným zásadným problémom – nemôžeme sa ich dotknúť a strčiť do nich teplomer. Meranie musíme vykonať na diaľku využitím informácií obsiahnutých vo svetle, ktoré k nám od hviezd prichádza. V texte seriálu sme diskutovali ziarenie absolútne čierneho telesa a rozdelenie ním vyžiarenej energie do rôznych vlnových dĺžok. Z Planckovho vyžarovacieho zákona sa dá odvodiť Wienov posunovací zákon

$$\lambda_{\max} T = \text{konst},$$

ktorý popisuje, ako sa mení vlnová dĺžka maxima vyžarovania λ_{\max} s teplotou T . Toto nám napovedá, že určiť teplotu vieme pomocou farby objektu, v praxi určením jasností objektu v dvoch rôznych filtroch a použitím známej kalibrovannej závislosti medzi rozdielom jasností a teplotou. Druhou možnosťou je využiť integrálnu formu Planckovho vyžarovacieho zákona – Stefanov-Boltzmannov zákon

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4,$$

kde L je celkový žiarivý výkon hviezd, R je jej polomer a T jej teplota. Pre jeho využitie je tak nutné poznať polomer hviezd, čo je možné len v zákrytových dvojhviezdach. Pre osamotené hviezdy sa tak tento vzťah využíva častejšie opačne na odhad polomeru. Problémom je však, že hviezdy nie sú absolútne čierne telesá. Ich spektrá obsahujú spektrálne čiary vznikajúce v hviezdnych atmosférach.² Presnejšou metódou je preto tzv. Spectral Energy Distribution Modelling, ktoré využíva teoreticky vypočítané spektrá hviezd o rôznych polomeroch, teplotách, hmotnostiach a chemických zloženiach a snaží sa najšť najlepšiu zhodu s tokmi energie meranými v rôznych fotometrických filtroch od ultrafialovej po infračervenú oblasť spektra.

Fundamentálne odlišnou možnosťou je pozrieť sa priamo na spektrálne čiary. Častice v atmosfére sa pohybujú tepelnými rýchlosťami podľa Maxwellovho-Boltzmannovho rozdelenia, čo spôsobí rozšírenie spektrálnych čiar Dopplerovým javom. Na šírku spektrálnych čiar pôsobí aj mnoho iných procesov – zrážky častíc, vlastná doba života hladín prechodu, rotácia hviezd samotnej, ... Pre tepelný pohyb je dôležitá závislosť rozšírenia $\Delta\lambda$ na hmotnosti atómu m

$$\Delta\lambda = \sqrt{\frac{8kT \ln 2}{mc^2}} \lambda.$$

Najširšie budú preto čiary vodíku, potom hélia a čiary ťažších prvkov sú výrazne užšie.

Využiť môžeme aj intenzitu čiar. Hĺbka čiar³ závisí totiž okrem iného aj na obsadení hladín daného iónu a ionizačného stavu daného jadra. Zoberme si ako príklad čiary hélia s ionizačnou energiou 24,6 eV a vodíka s ionizačnou energiou 13,6 eV. Veľmi horúce hviezdy majú väčšinu

²Navyše často pozorujeme so zemského povrchu, takže do spektra prispieva aj absorpcia v atmosfére Zeme. Navyše aj medzi hviezdou a Zemou môže dochádzať k absorpcii svetla na medihviezdnom prachu.

³Presnejšie, určuje sa tzv. ekvivalentná šírka - po vydelení spektra spektrom kontinua sa určí plocha medzi priebehom čiary a konštantnou hladinou 1.

vodíka ionizovaný na proton a jeho číary sú slabé. Extrémne horúce hviezdy majú časť hélia v ionizovanom stave He^+ , v spektre sa preto objavujú číary aj neutrálneho, aj ionizovaného hélia. Pre chladnejšie hviezdy sa v spektrách začnú objavovať číary ľahšie ionizovateľných prvkov, pri veľmi chladných hviezdach dokonca molekúl. Naopak číary iných iónov začnú miznúť, keďže sa ich väčšina začne nachádzať v základnom stave a prechod na vyšší stav sa stane nepravdepodobným. Na základe taxonomickej závislosti prítomnosti spektrálnych čiar vznikla tzv. Harvardská klasifikácia hviezdnych spektier. Dnešné modely umožňujú spočítať hĺbky jednotlivých čiar, teplotu je teda možné určiť presnejšie napr. porovnaním hĺbok dvoch rôznych ionizačných stupňov jedného prvku, napríklad železa.

Jozef Lipták

liptak.j@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.