

Úloha IV.P ... efektivní osvětlení

10 bodů; průměr 6,00; řešilo 52 studentů

Popište základní fyzikální principy jednotlivých způsobů produkce umělého osvětlení. Alespoň u tří vypočtete jejich účinnost, tedy kolik dodávané energie je skutečně přeměněno na viditelné světlo. Porovnejte se skutečnými daty. *Jarda vyměňoval babičce vypínač od lampičky.*

Fotometrické veličiny

Pro určení, kolik světla daný zdroj vyzařuje, se používá hned několik veličin s vlastními jednotkami. Tyto veličiny souhrnně nazýváme fotometrické, protože se zabývají pouze viditelným oborem světla. I když zdroj výrazně vyzařuje například v infračervené nebo ultrafialové oblasti, mohou být hodnoty fotometrických veličin nízké.

Pro naše potřeby je nejdůležitější fotometrická veličina *svítivost* a její jednotka *kandela*, která nám určuje, kolik viditelného světla zdroj vydává. Kandela je základní jednotkou SI a historicky byla zavedena jako množství světla, které vydává svíčka o daných parametrech. Nyní je ale od roku 2018 definována jako „svítivost světelného zdroje, který v daném směru vyzařuje monochromatické záření o frekvenci 540 THz a jehož zářivost (zářivá intenzita) v tomto směru činí 1/683 wattu na steradián“. Můžeme si všimnout, že definice obsahuje hned několik konstant, čemuž se většinou snažíme vyhnout. Frekvence 540 THz je světlo žluté barvy a má původ v tom, že lidské oko je nejcitlivější právě na tuto frekvenci. Výkon 1/683 W je zde zase proto, aby nová definice byla v souladu s tou předchozí.

Také nás bude zajímat jednotka *světelného toku lumen*, což je jednotka odvozená od kandel. Na rozdíl od ní počítá lumen s celkovým vyzářeným viditelným světlem, které zdroj vyzáří. Důležitou vlastností zdroje je pak poměr světelného toku ku příkonu. Čím vyšší je tento poměr, tím můžeme zdroj považovat za účinnější.

Lux je jednotkou veličiny E_v , která se nazývá *intenzita osvětlení*. Tato fotometrická veličina je definována jako podíl *světelného toku* Φ_v ku ploše, kterou tento tok prochází. Intenzita osvětlení tak má hodnotu v každém bodě prostoru.

Absolutně černé těleso

Žárovka (wolframová) Žárovka svítí díky tomu, že protékající proud rozžhává wolframové vlákno na vysokou teplotu – typicky 2 500 K až 3 300 K. Wolframu se zde využívá kvůli jeho vysoké teplotě tání. Každé těleso o teplotě T vydává tepelné elektromagnetické záření. Celkový vyzářovaný výkon, stejně jako oblast spektra, ve které se nachází maximum vyzářování, však závisí na teplotě. Vztah mezi vlnovou délkou, na které absolutně černé těleso září nejintenzivněji, a jeho termodynamickou teplotou, se nazývá Wienův posunovací zákon a má jednoduchý tvar

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T} = \frac{2,898 \text{ mm} \cdot \text{K}}{T}.$$

Abychom se s maximum vyzářování dostali alespoň k oblasti viditelného světla, potřebujeme teplotu určitě větší než 1 000 K. Pokud by maximum leželo výrazně jinde než ve viditelném světle, byla by účinnost zdroje (ve smyslu jaký příkon je potřeba na světelný tok) velmi nízká. Teplota sluneční fotosféry se pohybuje okolo 5 800 K, což odpovídá vlnové délce $\lambda_{S,\max} = 500 \text{ nm}$, tedy v oblasti žlutozelené barvy.

Dosud jsme diskutovali pouze vlnovou délku, na které dané těleso září nejvíc. Absolutně černé těleso ale září na všech vlnových délkách λ , přičemž závislost intenzity můžeme vyjádřit pomocí Planckova vyzařovacího zákona, který má tvar

$$u(\lambda, T) = \frac{8\pi hc}{\lambda^5 \cdot \left(\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right) - 1\right)},$$

případně v závislosti na frekvenci

$$u(f, T) = \frac{8\pi h f^3}{c^3} \frac{1}{\exp\left(\frac{hf}{kT}\right) - 1}.$$

Nášim cílem je nalézt, kolik energie je vyzářeno v oblasti viditelného světla, tedy mezi 400 nm a 800 nm. To jednoduše provedeme integrováním Planckova vyzařovacího zákona v uvedených mezích. Tvar integrálu si můžeme matematicky zjednodušit, když provedeme substituci $x = hc/(\lambda kT)$. Dosadíme za λ do zbytku integrandu a za diferenciál $d\lambda$ musíme dosadit z rovnice

$$x = \frac{hc}{\lambda kT} \Rightarrow dx = -\frac{hc}{kT} \frac{1}{\lambda^2} d\lambda \Rightarrow -\lambda^2 \frac{kT}{hc} dx = d\lambda,$$

takže integrace zákona získá tvar

$$\int u(\lambda, T) d\lambda = \int \frac{8\pi hc}{\lambda^5 \cdot \left(\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right) - 1\right)} d\lambda = -\frac{8\pi k^4}{h^3 c^3} T^4 \int \frac{x^3}{e^x - 1} dx.$$

Provedli jsme takzvanou bezrozměrnou substituci, kdy je exponent nahrazen jedinou bezrozměrnou proměnnou a podle toho je upraven celý výraz. Výhoda tohoto kroku spočívá v jednodušším tvaru integrálu, ale hlavně lépe vidíme závislosti na ostatních fyzikálních veličinách, v tomto případě na teplotě. Výsledek integrálu je bezrozměrné číslo, které závisí pouze na zvoleném intervalu vlnových délek a teplotě. Jedinou nevýhodou je, že musíme přepočítat integrační meze, na druhou stranu jejich hodnota už nebude záviset na zvolené soustavě jednotek, neboť i meze jsou nyní bezrozměrné.

Jelikož nás zajímá účinnost, stačí nám dát podle předchozího odstavce do poměru pouze integrály na zvolených mezích. Pro oblast viditelného světla dosazujeme

$$x_1 = \frac{hc}{kT} \frac{1}{400 \text{ nm}} = 13,35, x_2 = \frac{hc}{kT} \frac{1}{800 \text{ nm}} = 6,67,$$

pro všechny vlnové délky integrujeme od ∞ do 0. Zde je vyzařovaný výkon úměrný přesně čtvrté mocnině teploty, kterou jsme zvolili jako 2700 K.

Dosazením dostáváme

$$\eta = \frac{-\int_{x_1}^{x_2} \frac{x^3}{e^x - 1} dx}{-\int_{\infty}^0 \frac{x^3}{e^x - 1} dx} = \frac{0,600}{\frac{\pi^4}{15}} = 0,092.$$

Zajímavé je, že integrál ve jmenovateli můžeme spočítat analyticky, pro integrál v čitateli ale musíme využít některý z internetových numerických kalkulátorů, např. WolframAlpha.

Pokud bychom do integračních mezí dosadili teplotu Slunce 5800 K, dostali bychom účinnost asi pětikrát vyšší. Slunce tedy přibližně 50 % svého zářivého výkonu vyzáří ve formě viditelného

světla.¹ Bohužel nemáme k dispozici vhodný materiál, který by vydržel tak vysokou teplotu, aby mohl zářit s takovou účinností.

Protože lidské oko však vnímá různě citlivě různé vlnové délky, musíme ještě kompenzovat tento jev. To uděláme přenásobením tabulkovými hodnotami (označme $c(\lambda)$)² pro citlivost oka. Poměr mezi těmito hodnotami je hledaná efektivita

$$\eta = \frac{\int_{400\text{ nm}}^{800\text{ nm}} c(\lambda) u(\lambda, 2700\text{ K}) d\lambda}{\int_0^{\infty} u(\lambda, 2700\text{ K}) d\lambda} = 0,019,$$

což odpovídá tabulkovému³ rozmezí 1 % až 2 %.

Dodejme ještě, že se v žárovkách obvykle používá plnění inertními plyny o nízkém tlaku, což zajišťuje nízký přenos tepla vedením a konvekcí mezi vláknem a stěnami nádoby. Pokud by se žárovka plnila např. kyslíkem, docházelo by k tvorbě oxidu wolframu a jeho rychlému odpařování, což by samozřejmě výrazně snížilo životnost žárovky. V následujícím úseku se ovšem dozvíme, že díky změně plnění žárovky lze zařízení ještě podstatně vylepšit.

Žárovka halogenová Jak jsme viděli v předchozí části, zvýšení teploty blíže k teplotě Slunce výrazně zvyšuje podíl záření ve viditelné oblasti. Halogenová žárovka funguje na stejném principu jako žárovka wolframová, jen s tím rozdílem, že se do plynné náplně baňky přidává halogen. Ten zabraňuje vypařování wolframu z povrchu vlákna a prodlužuje tak délku doby fungování žárovky. Díky speciální náplni lze navíc dosáhnout výrazně vyšších teplot, což, jak jsme viděli už výše, vede ke zvýšení svítivosti a účinnosti žárovky. Při výpočtu použijeme stejný vzorec jako u žárovky, jen změníme teplotu na 3500 K

$$\eta = \frac{-\int_{10.30}^{5.15} \frac{x^3}{e^x - 1} dx}{-\int_{\infty}^0 \frac{x^3}{e^x - 1} dx} = \frac{1,42}{\frac{\pi^4}{15}} = 0,22.$$

Po započítání citlivosti oka tedy dostáváme

$$\eta = \frac{\int_{400\text{ nm}}^{800\text{ nm}} c(\lambda) u(\lambda, 3500\text{ K}) d\lambda}{\int_0^{\infty} u(\lambda, 3500\text{ K}) d\lambda} = 0,057.$$

Můžeme si všimnout toho, že je stále docela velký rozdíl mezi těmito dvěma účinnostmi. Tento rozdíl je způsobený tím, že lidské oko vidí nejlépe zelenou barvu a nejhůře červenou a fialovou. Pro halogenovou žárovku je maximum vyzařování v blízkosti hranice viditelného světla (asi 830 nm). Vyzařuje tedy sice hodně viditelného světla, ale velká část tohoto světla je červená, která pro oko hůře zpracovatelná. Na druhou stranu jde ale o výrazné vylepšení vůči klasické wolframové žárovce.

¹Mohli bychom říci, že je to poměrně vysoká účinnost. Musíme si ale uvědomit, že nejdříve bylo Slunce a pak až lidské oko. To se proto vyvinulo tak, aby dokázalo analyzovat složky světla v intervalu, kde je intenzita záření ještě poměrně vysoká. Interval viditelného světla je tedy dán nejvyšší intenzitou záření Slunce, nikoli naopak.

²<https://web.archive.org/web/20070927222337/http://www.cvrl.org/database/text/lum/ssv12.htm>

³Tabulkové hodnoty pro srovnávání budeme brát z https://en.wikipedia.org/wiki/Luminous_efficacy.

Svíčka

Svíčka je zajímavá z toho důvodu, že byla dlouho používána jako standard pro míru osvětlení. Postupně se pro tento účel používalo mnoho různých „svíček“, ale všechny fungují na stejném principu – mají nějaké palivo, které hoří. Toto hoření vytváří teplo a světlo.

U každého paliva můžeme najít jeho celkovou výhřevnost (kolik je v palivu uloženo energie). Pro náš případ si vybereme parafínovou svíčku, kde čistá energie uvolněná hořením parafínu je $E_{\text{par}} = 43,1 \text{ MJ} \cdot \text{kg}^{-1}$. Dále ještě zjistíme, jak dlouho palivo dokáže udržovat plamen, tedy jak dlouho nám svíčka hoří. Rychlost hoření musíme najít na internetu⁴, kde se dozvíme, že svíčka hoří rychlostí $\dot{m} = 6,3 \text{ g} \cdot \text{h}^{-1}$.

Odtud už můžeme určit účinnost. Nejprve vypočítáme energii spotřebovanou za jednu sekundu, tedy příkon

$$P = E_{\text{par}} \cdot \dot{m} \doteq 75 \text{ W}.$$

Víme, že naše standardní svíčka má svítivost $I = 1 \text{ cd}$. Pokud ji budeme pro jednoduchost považovat za sféricky symetrický všesměrový zdroj, můžeme najít její celkový světelný tok. Předpokládáme, že svíčka svítí všemi směry stejně, vynásobíme tedy svítivost počtem steradiánů v kouli ($4\pi \text{ sterad}$), tudíž je celkový světelný tok $P' = 12,56 \text{ lm} = 0,0184 \text{ W}$ ⁵. Teď už jednoduše vypočítáme účinnost jako poměr výkonu a příkonu

$$\eta = \frac{P'}{P} = \frac{0,0184 \text{ W}}{75 \text{ W}} = 0,024 \%.$$

V účinnosti jsme o dva řády níže oproti žárovkám. Z tohoto hlediska tedy vidíme, že svíčky nejsou příliš dobrý zdroj světla. Hoření totiž vytváří hlavně teplo, které u svíčky není nijak zachycováno a volně se přesouvá do okolí. Děje v okolí knotu jsou na popis složitější než u klasických žárovek, neboť zde není kontrolována vyčerpaná atmosféra a dochází k mnoha chemickým reakcím. Právě přístup kyslíku je pro hoření svíčky (oxidaci paliva) klíčový. V okolí teplého knotu dokonce dochází k ionizaci molekul plynu. Proto jsme se při popisu omezili hlavně na experimentální určení účinnosti.

Přechod mezi energetickými hladinami atomového obalu

Zářivka V zářivkách se využívá rtuťových par o nízkém tlaku na vytvoření doutnavého výboje, který vytváří UV světlo. V zapnutém stavu se plyn uvnitř ionizuje, takže v zářivce vznikne plazma, které vede elektrony a nabitě částice mezi elektrodami na koncích zářivky. Usměrněným pohybem částic dochází k jejich kolizím, což vede k excitacím a ionizacím elektronů v atomových obalech. Při opětovném přechodu do základního stavu se emituje záření. V závislosti na energiích je pak emitováno záření o příslušných vlnových délkách. Dalším zdrojem záření je tzv. brzdné záření, které vzniká při změně rychlosti elektronů v zářivce.

Pro zažehnutí doutnavého výboje je potřeba ještě další elektronika, protože při vypnutém stavu je počet nabitých částic v objemu plynu nízký. Při dosažení určitého napětí ale může vzniknout lavinová ionizace, díky které se výboj dokáže samostatně udržet i bez startovací elektroniky.

UV světlo, které vzniká v objemu plynu, následně dopadá na povrch zářivky, který je pokrytý vrstvou luminoforu. Ten toto záření pohltí a následně vyzáří ve formě bílého viditelného

⁴https://tsapps.nist.gov/publication/get_pdf.cfm?pub_id=101159

⁵<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/vision/lumpow.html>

světla. Také se používají jiné náplně místo rtuti. Například neon (či jiný inertní plyn) v klasických neonových banerech, či sodík, který se používal jako nejlevnější zdroj světla na pouliční osvětlení. Zrovna sodík září přímo žlutým světlem, proto na vnitřních površích zářivek není potřeba luminofor. V dnešní době jsou však postupně zářivky nahrazovány LED diodami.

Obloukový výboj Kromě doutnavého výboje v zářivkách se ještě můžeme s užitím plazmatu ke svícení setkat ve zdrojích osvětlení, které pracují s obloukovým výbojem. Při něm je vzdálenost elektrod kratší, je mezi nimi nižší napětí, ale prochází zde mnohem vyšší elektrický proud a teplota dosahuje několika tisíc kelvinů (proto je možné používat obloukový výboj na svařování kovů). Dříve se používal k pouličnímu osvětlení, přičemž k výraznému zdokonalení těchto obloukových lamp přispěl koncem 19. století i český vynálezce František Křížík. Dnes se obloukový výboj jako zdroj světla využívá například v projektorech v kinech.

LED Funguje na principu diody, kde se setkávají polovodiče dvou různých typů. V prvním přiblížení má polovodič typu N valenční pás na vyšší energetické hladině než polovodič typu P. Při přechodu elektronu z vodivé vrstvy typu N do valenční vrstvy typu P ztratí elektron část své energie, kterou vyzáří v podobě záření. Hodnota vyzářené energie je daná materiálem obou typů polovodičů, konkrétní dioda tak září vždy jen v úzkém rozsahu vlnových délek. Pro emisi tzv. bílého světla je tak potřeba několik různých diod o různých vlnových délkách.

Nebudeme rozebírat jejich účinnost, protože jsou velmi velké rozdíly mezi různými příměsemi a hodně záleží na napětí, okolní teplotě a jiných vnějších podmínkách. Pro zajímavost můžeme uvést, že dokonce existují experimentální LED diody, které pracují s elektrickou účinností vyšší než 100 %⁶.

Další zdroje světla

Samozřejmě existují i další zdroje a principy vzniku světla (např. laser, doutnavka, katodoluminiscence atd.). Jejich užití jako zdrojů osvětlení pro náš běžný život je ale omezené, proto jsme je v našem řešení nerozebírali.

David Škrob
david.skrob@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.

⁶<https://phys.org/news/2012-03-efficiency.html>