

Úloha I.4 ... kamionové salto

7 bodů; průměr 3,74; řešilo 110 studentů

Legolasovi se zdál sen, ve kterém kamion zabrzdil tak rychle, že se kontejner zdvihl ze země a udělal salto nad kabinou. Zajímalo ho, jestli je to možné, tak se pokusil počítat si to. V jeho modelu má celý kamion hmotnost m a je složen z tahače a kontejneru. Ten se může ve všech směrech volně otáčet okolo bodu, kde je s tahačem spojený. Když je kamion na vodorovné cestě, je těžiště kontejneru o h výše než tento spoj a o l za ním. Jakou silou, v závislosti na sklonu silnice φ , musí kamión brzdit, aby se kola pod kontejnerem zvedla z cesty?

Legovi sa doslova snívava.

Osou otáčania je v tomto prípade bod, ktorým je kontajner spojený s tahačom. Na to, aby sme zistili, kedy sa zadné kolesá zdvihnú z cesty teda potrebujeme určiť celkový moment sily pôsobiaci na kontajner, vzhľadom na tento bod, v sústave spomalujúcej spolu s kamiónom.

V tejto sústave pôsobia na kamión 2 sily – tiažová a zotrvačná. Obe tieto sily môžeme preniesť do ťažiska. Ak si označíme hmotnosť kontajnera m_k , tiažová sila bude mať veľkosť $m_k g$ a bude pôsobiť zvislo nadol. Ak bude mať cesta sklon φ , tak zložka tiažovej sily v smere cesty bude $m_k g \sin \varphi$ a v smere kolmom na cestu $m_k g \cos \varphi$. Rameno zložky v smere cesty má dĺžku h a rameno kolmej zložky má dĺžku l .

Ešte je veľmi dôležité zamyslieť sa nad znamienkami. Ak ide kamión dole kopcom, tak moment sily od zložky v smere cesty pôsobí proti momentu kolmej zložky (vidno aj z toho, že teoreticky pre veľmi strmý sklon by sa mohol kamión prevrátiť aj keby stál...). Povedzme, že kladné φ zodpovedá prípadu, kedy kamión ide dole kopcom, potom moment tiažovej sily bude $M_g = m_k g (l \cos \varphi - h \sin \varphi)$. Vidíme, že pre záporné φ (čiže kamión idúci do kopca) sa momenty naopak sčítajú, čo sedí.

Zotrvačná sila v neinerciálnej sústave brzdiacej s kamiónom zrýchlením a bude mať veľkosť $m_k a$ a bude pôsobiť v smere cesty, čiže jej moment sily bude mať veľkosť $M_a = m_k a h$ a (pre „rozumné“ sklony cesty) bude pôsobiť proti M_g .

Označme si teda výsledný moment sily $M = M_g - M_a$. Ak bude takto definovaný moment kladný, budú ho musieť vykompenzovať kolesá pod kontajnerom tak, že budú tlačiť na cestu (na to tam tie kolesá predsa sú). Ak ale bude záporný, kolesá nie sú k ceste nijako prilepené, a teda sa z nej zdvihnú. Hraničný prípad nastáva, keď je tento moment nulový – vtedy na seba už kolesá s cestou netlačia a pre akékoľvek väčšie brzdenie sa už kolesá z cesty zdvihnú.

Podme teda spočítať, pre aké zrýchlenie a bude M nulové

$$\begin{aligned} 0 &= M = M_g - M_a = m_k g (l \cos \varphi - h \sin \varphi) - m_k a h \\ a h &= g (l \cos \varphi - h \sin \varphi) \\ a &= g \frac{l \cos \varphi - h \sin \varphi}{h} = g \left(\frac{l}{h} \cos \varphi - \sin \varphi \right). \end{aligned}$$

Teraz by si niekto možno myslel, že už stačí iba dosadiť do $F = ma$, to ale nie je pravda! Respektíve, je to pravda iba pre $\varphi = 0$, lebo v opačnom prípade bude mať kamión tendenciu zrýchlovať dole svahom a my sa pýtame, akou silou musí brzdiť. Ak ide dole kopcom, musí brzdením vykompenzovať zrýchlenie, ktoré by mal kamión dole kopcom bez brzdzenia a ešte k tomu zabrzdíť so zrýchlením a . Naopak, keď ide kamión do kopca, stačí mu brzdiť menšou silou, lebo tiaž ho brzdí tiež. Označme si zrýchlenie, s ktorým by šiel kamión bez brzdzenia ako a_0 , potom sila, ktorou musí brzdiť je $F = m(a + a_0)$, kde teda a_0 je kladné pre kladné φ a naopak.

Celý kamión má hmotnosť m , takže zložka tiažovej sily v smere cesty je $F_k = mg \sin \varphi$, ak by teda nebrzdil, jeho zrýchlenie by bolo $a_0 = F_k/m = g \sin \varphi$. Čiže sila, ktorou musí kamión brzdiť, aby sa mu zadné kolesá zdvihli z cesty musí byť väčšia ako

$$F = m(a + a_0) = m \left(g \left(\frac{l}{h} \cos \varphi - \sin \varphi \right) + g \sin \varphi \right) = mg \frac{l}{h} \cos \varphi.$$

Šimon Pajger
legolas@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.