

Úloha I.2 ... řazení vlaku

3 body; průměr 2,77; řešilo 230 studentů

Jarda stojí na konci nástupiště a čeká na příjezd svého vlaku. Když kolem něj projíždí první vagon vlaku, zjistí, že právě v tomto voze má svoji místenku. V tomto okamžiku je rychlost vlaku $8,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ a vlak začne rovnoměrně zpomalovat, až zastaví za čas 28 s. Jarde se ihned rozešel ke dveřím svého vagónu, protože se ale musí prodírat davy cestujících, je jeho rychlost jen $1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Jak nejméně dlouho musí vlak ve stanici stát, aby Jarde stihl nastoupit do svého vagónu?

Jarde už zase jede do Prahy.

Vlak začal rovnomerne spomaľovať v momente, keď Jarde uvidel číslo na prvom vagóne. Úplne zastavil za čas T , počas ktorého prešiel brzdnu dráhu s . Prvý vagón, v ktorom má Jarde miestenku, teda tiež prešiel dráhu s , a preto aj Jarde musí prejsť dráhu s . Úlohu môžeme riešiť dvojako: cez dráhy alebo cez časy.

Celkovú dráhu s vieme rozdeliť na dva úseky: dráha s_1 , ktorú prejde Jarde počas brzdenia vlaku a dráhu s_2 , ktorú Jarde prejde, keď už vlak stojí, pričom platí

$$s = s_1 + s_2.$$

Brzdna dráha s je dráha rovnomerne spomaľeného pohybu, pre ktorú platí

$$s = \frac{1}{2}aT^2 \quad \Rightarrow \quad s = \frac{1}{2}\Delta v T.$$

Vlak zmení svoju rýchlosť z $v = 8,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ na $v' = 0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, preto pre celkovú zmenu rýchlosti platí $\Delta v = v - v' = v$. Po dosadení do vzťahu pre dráhy a vyjadrením $t_{\text{státia}}$ dostávame

$$\frac{1}{2}vT = uT + ut_{\text{státia}} \quad \Rightarrow \quad t_{\text{státia}} = T \left(\frac{v}{2u} - 1 \right) = 91 \text{ s},$$

kde u je Jardeova rýchlosť.

Čas, ktorý vlak v stanici strávi rozdelíme na dva časy: čas, počas ktorého brzdí T a čas státia $t_{\text{státia}}$. Aby bol vlak v stanici čo najkratšie, tak čas brzdenia T a čas státia $t_{\text{státia}}$ sa musia rovnať celkovému času t_{Jarde} , ktorý Jardeovi zaberie dostať sa k svojmu vozňu.

$$t_{\text{Jarde}} = T + t_{\text{státia}} \quad \Rightarrow \quad t_{\text{státia}} = t_{\text{Jarde}} - T.$$

Čas, za ktorý Jarde prejde brzdnu dráhu vlaku je

$$t_{\text{Jarde}} = \frac{s}{u} = \frac{vT}{2u}.$$

Po dosadení do vzťahu pre $t_{\text{státia}}$ dostávame

$$t_{\text{státia}} = \frac{vT}{2u} - T = T \left(\frac{v}{2u} - 1 \right) = 91 \text{ s}.$$

V oboch prípadoch sme sa dostali k výsledku 91 sekúnd, čo predstavuje najkratší čas státia vlaku, aby Jarde stihol nastúpiť do svojho vozňa.

Nicolas Gavorník

nicolas.gavornik@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.