

Seriál: Elektrický prúd

V predposlednom dieli seriálu sa budeme venovať poslednej veľkej oblasti merania, s ktorou sa bežný smrteľník stretne – meraniu elektromagnetických veličín. Táto oblasť má bohatú a pomerne modernú históriu, čo má za následok viac ako jeden známy systém jednotiek a taktiež množstvo veličín s jednotkami pomenovanými po slávnych fyzikoch, ktorí sa o rozvoj elektriny a magnetizmu pričínili.

Ampér

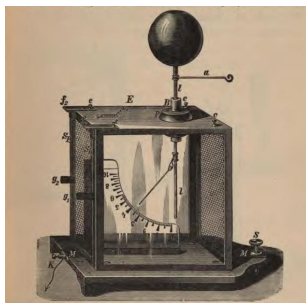
Historický vývoj elektromagnetizmu

Elektrina a magnetizmus boli ľuďmi pozorované už v antike. V 6. storočí pred našim letopočtom Táles z Milétu popísal elektrostatické pôsobenie spôsobené trením nabitého jantáru a peria, ako aj magnetické pôsobenie medzi kameňmi obsahujúcimi magnetit a železo. Až do začiatku druhého tisícročia však boli tieto javy bez praktického využitia. To sa zmenilo vynálezom kompasu v 11. storočí čínskymi námorníkmi. O storočie neskôr sa prostredníctvom arabských moreplavcov dostal kompas do rúk európskych učencov. Nasledovalo pol storočia dlhé obdobie kvalitatívnych zlepšení a pozorovaní vedúcich k popisu magnetických pólov, magnetického poľa Zeme a rozlíšenia magnetizmu a statickej elektriny ako dvoch rozdielnych javov v práci Williama Gilberta. Začiatkom 18. storočia Charles Francois du Fay postuloval dva druhy statickej elektriny vznikajúce nerovnováhou dvoch druhov „tekutín“.

Pokroky v tomto období sú úzko spojené aj s vynálezom elektrostatického generátora separujúceho kladný a záporný náboj a Leidenských fliaš umožňujúci tento náboj zhromaždiť, preniesť a uschovať – často za účelom pobavenia publika počas verejných elektrických súh, často ich vybíjaním cez radu za ruky sa držiacich ľudí. Prvými meracími „prístrojmi“ tak boli samotní experimentátori, ktorí napríklad triedili látky na vodiče a nevodiče podľa pocítenej sily elektrického výboja. Prvým serióznym experimentom bol v roku 1748 pokus W. Watsona a W. Cavendisha určenia rýchlosti šírenia elektriny – ich záverom vzhľadom na meracie metódy bolo, že niekoľko kilometrov dlhý obvod elektrina prekonala okamžite. Prvým skutočným meracím prístrojom bol elektroskop zostrojený v roku 1748 francúzom Jean-Antoine Nolletom. Aj s pomocou jeho experimentov v roku 1767 J. Priestley navrhuje, že sila medzi nabitými telesami je nepriamo úmerná štvorcu ich vzdialenosti. Túto závislosť poznáme pod menom Charlesa-Augustina Coulomba, ktorý ju v roku 1785 experimentálne dokázal využitím torzných váh. V nasledujúcom období Siméon-Denis Poisson a Pierre-Simon LaPlace vyvinuli rovnice popisujúce elektrický potenciál pre známe rozloženie náboja. Dnes elektromer – nasledovník elektroskopu – poznáme ako prístroj na určenie veľkosti náboja vzájomným odpudzovaním dvoch kovových ručičiek uzatvorených vo vákuu.

Výrazný prínos do výskumu dynamických javov mal taliansky fyzik Alessandro Volta. Nadväzujúc na experimenty J. Sulzera a L. Galvaniho, ktorí pozorovali reakciu tkanív na dotyk dvoma rôznymi kovmi. Výmenou živočíšnej hmoty za papier namočený v slanej vode medzi striebornou a zinkovou doštičkou a následným uložením veľa takýchto jednotiek na seba v roku 1800

¹<https://en.wikipedia.org/wiki/Electrometer>



Obrázek 1: Kolbeho elektrometer – ručička prístroja je vychylovaná elektrostatickým pôsobením¹

demonštruje Voltaický stĺp – predchodcu dnešných bateriek. Krátko po tomto objave zdroja stáleho elektrického napätia W. Nicholson a A. Carlisle demonštrujú rozklad vody na kyslík a vodík pôsobením elektriny. Žiak Voltu L. Valentino ako prvý využíva elektrinu na galvanické pokovovanie. Britský chemik Humphry Davy elektrinu využíva na izoláciu nových chemických prvkov – sodíku a draslíku v roku 1807 a ďalších piatich prvkov v nasledujúcom roku, dajúc tak základy metóde elektrolýzy. Tento názov pre chemické procesy budené elektrinou zaviedol jeho žiak Micheal Faraday, ktorý navyše v roku 1833 sformuloval zákon elektrolýzy

$$M = \frac{QM_m}{F\nu},$$

kde M je hmotnosť látky o molárnej hmotnosti M_m vytvorenej na elektróde po pretečení náboja Q elektrolytom, pričom došlo k predaniu ν molov elektrónov na jeden mol látky.²



Obrázek 2: Voltov stĺp – zdroj stáleho jednosmerného napätia³

²Obvykle ide o zmenu oxidačného čísla atómu o ν .

Obrovskú zmenu (aj v kontexte merania) priniesol objav Hansa Oersteda v roku 1820. Počas svojej prednášky si všimol, ako sa strelka kompasu vychýlila v prítomnosti vodiča s prúdom do kolmého smeru spájajúc tak elektrinu a magnetizmus. Publikácia tohto pozorovania spustila horlivý záujem fyzikov, už po týždni André-Marie Ampère pozoruje vzájomné silové pôsobenie dvoch rovnobežných vodičov s prúdom. Krátko na to pozoruje Arago, ako sa železné piliny rozostavia okolo vodiča do sústredných kružníc. Ešte v ten istý rok Jean-Baptiste Biot a Félix Savart formulujú vzťah pre určenie magnetického poľa buďného sústavov vodičov. O dva roky neskôr Ampér publikuje všeobecnejšiu a rigoróznejšiu variantu – dnes známy Ampérov zákon. Toto vedie Poissona a Greena k zavedeniu magnetického vektorového potenciálu. Objav vzniku magnetického poľa v okolí vodičov pomocou elektrického prúdu vedie v krátkom slede k vynálezom ako elektromagnety, telegraf, či elektrický motor. Pre nás je však podstatné, že vplyvom pôsobenia generovaného magnetického poľa sme schopní kvantitatívne merať elektrický prúd.

Ďalší zlom nastal už v roku 1831, keď Micheal Faraday pozoroval, ako premenlivý prúd v jednom obvode vybudil prúd v obvode od neho izolovanom. Po dôkladnom preskúmaní tohto fenoménu prichádza na to, že premenlivé magnetické pole indukuje v uzatvorenom obvode elektrické napätie a v roku 1834 publikuje dnes známy Faradayov zákon elektromagnetickej indukcie. Vytvoriť jednotnú teóriu elektromagnetizmu sa pokúša už W. Weber v roku 1846, uspieva však až James Clark Maxwell v roku 1864 po dekáde teoretickej práce zostavením dnes známych Maxwellových rovníc (aj keď v dnes takmer nerozpoznateľnej matematickej podobe). Počas jeho práce Weber, Kohlrausch a Kirchhoff prichádzajú z hypotézou, že elektrina sa šíri rýchlosťou svetla. Neskôr Lorentz v roku 1867 prichádza z teóriou, že svetlo samotné je elektromagnetickej povahy. To v roku 1887 experimentálne dokazuje Henri Hertz vytvorením rádiových vln a dokázaním, že majú rovnaké vlastnosti ako svetlo.

Týmto objavom v oblasti základnej fyziky prirodzene nasledovali aj praktické vynálezy ako G. Marconiho rádio z roku 1894, či prvého dynamo francúzom Hippolytom Pixiim z roku 1832.

Prvé dynamo prakticky využiteľné na generovanie elektrickej energie pre priemysel bolo zostavené v roku 1867 nezávisle Ch. Wheatstoneom, W. von Siemensom a S. A. Varleym.⁴

Na záver dodajme definíciu jednotiek elektrického prúdu. Ako popíšeme v kapitole na záver tohto dielu, situácia je pomerne komplikovaná rôznymi prístupmi k voľbe systému samotného. Pôvodnou definíciou jednotky elektrického prúdu v tzv. elektromagnetickom systéme v cgs jednotkách bol biot, alebo tiež abampér

Jeden biot je elektrický prúd, ktorý spôsobí vzájomné silové pôsobenie dvoch rovnobežných vodičov vo vzájomnej vzdialenosti 1 cm silu 2 dyn^7 na centimeter dĺžky vodičov.

Merať takto malé sily bolo však koncom 19. storočia nepraktické, zaviedol sa preto tzv. medzinárodný ampér definovaný následovne

Jeden ampér je elektrický prúd, ktorý pri konštantnej veľkosti pri prúdení vodným roztokom dusičnanu strieborného deponuje striebro rýchlosťou $1,118 \text{ mg}\cdot\text{s}^{-1}$.

Okrem toho bola zavedená aj praktická realizácia elektrického odporu pomocou rezistivity stĺpca ortute a elektrického napätia fixovaním napätia Clarkovej a neskôr Westonovej batérie.

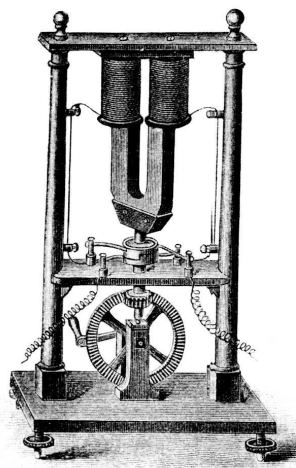
³https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Pila_di_Volta.jpg

⁴Pre záujemcov o podrobný historický popis vývoja predstáv nielen o elektrine a magnetizme a s nimi spojených vynálezov, debát a rivalít odporúčam youtube kanál *Kathy Loves Physics & History*

⁵https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Wechselstromerzeuger_Crop_Level1Adj.jpg

⁶https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Jedlik_motor.jpg

⁷ $1 \text{ dyn} = 10^{-5} \text{ N}$



Obrázek 3: Dynamo Hippolyta Pixiiho – magnet tvaru U otáčame kľukou pod dvojicou cievok⁵



Obrázek 4: Jedlíkov elektromotor⁶

Zvyšovaním presnosti merania síl medzi cievkami pomocou Ampérových váh bolo možné prejsť v roku 1946 k takmer pôvodnej definícii

Ampér, jednotka elektrického prúdu, je konštantný prúd, ktorý je udržiavaný v dvoch nekonečných rovnobežných vodičoch o zanedbateľnom kruhovom priereze vo vzájomnej vzdialenosti 1 m a vo vákuu vytvorí medzi nimi silu $2 \cdot 10^{-7}$ N na meter dĺžky vodičov.

Analógové meracie prístroje

Základom merania elektromagnetických veličín bol práve Oerstedov objav vychýlenia magnetu v blízkosti vodiča s prúdom. Najjednoduchším meracím prístrojom sa tak stal tangentský galvanometer. Elektrický prúd sa nechá prechádzať niekoľkými slučkami medeného drôtu navinutom na okrúhly nemagnetický a nevodivý rám orientovaný zvislo. Uprostred tejto cievky sa vo vodorovnej polohe nachádza strelka kompasu. Pred meraním sa aparátúra natočí tak, aby strelka kompasu ležala v rovine cievky. Následne sa do cievky privedie meraný prúd a zmeria sa jej výchylka. Tento prístroj teda porovnáva magnetické pole na ose cievky s magnetickým poľom Zeme.

Sofistikovanejšie prístroje miesto zemského magnetického poľa spoliehajú na pole permanentného magnetu. Galvanometer D'Arsonvalovej konštrukcie obsahuje dva permanentné magnety, medzi ktorými je na osi uchytená štvorcová cievka. Do tejto cievky je elektrický prúd privádzaný torznými pružinami, ktoré taktiež pôsobia proti výchylke cievky spôsobenej prechádzajúcim prúdom. K rámu cievky je pripojený ukazovateľ, ktorý nám oproti stupnici umožňuje odčítať hodnotu pretekajúceho prúdu. Pre zvýšenie citlivosti prístroja sa do stredu cievky umiestňuje železný valec, ktorý magnetické pole cievky zosiluje aj o tri rády.

Samozrejme je možné vytvoriť aj opačnú konštrukciu s pohybujúcim sa magnetom uprostred statickej cievky. Ako vyrovnávacia sila sa používa pole ďalšieho permanentného magnetu. V princípe sa tak jedná o prístroj podobný tangentskému galvanometru. Oproti D'Arsonvalovej konštrukcii dokáže merať veľké prúdy, keďže cievka môže byť navinutá z hrubšieho drátu a nevystavujeme sa tak riziku jej roztavenia.

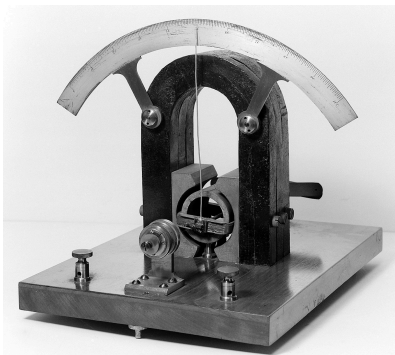
Všeobecne prístrojom na meranie elektrického prúdu hovoríme ampérmetre. Tie majú malý vnútorný odpor (odpor cievky samotnej) a zaraďujú sa do obvodu do série tak, aby nimi celý meraný prúd pretekal. Keby sme do obvodu paralelne zapojili rezistor s veľkým odporom R a merali na ňom prúd, dostali by sme voltmeter, na ktorom by sme napätie našli podľa Ohmovho zákona ako $U = RI$. Trochu komplikovanejším zapojením je možné z galvanometru spraviť aj ohmmeter. Doposiaľ spomenuté prístroje sú však schopné merať len jednosmerné veličiny. Obvyklý striedavý prúd by pôsobil zmeny rýchlejšie, ako na ktoré sú tieto prístroje schopné mechanicky reagovať a ukazovali by tak len jeho priemernú hodnotu.

K meraniu striedavých veličín slúžia ampérmetre obsahujúce dve samostatné železné časti. Pevná cievka indukuje magnetické pole vo svojom železnom jadre a druhý kus železa zavesený nad jadrom na pružine je k nemu priťahovaný, čím vychyluje ukazovateľ. Sila medzi železami je úmerná druhej mocnine prúdu v cievke, ak má pružina vlastnú periódu kmitov výrazne vyššiu ako periódu privedeného striedavého prúdu, ukazuje tak ampérmeter priemernú hodnotu I^2 , teda na stupnici je vynesená stredná kvadratická hodnota prúdu v nelineárnych intervaloch.

S dlhou odozvou je spojený aj balistický galvanometer. Jeho pomalá odozva spôsobená veľkým momentom zotrvačnosti mechanických častí sa využíva k meraniu integrálnych veličín, ako napríklad pretečenému náboju pri vybíjaní kondenzátora.



Obrázek 5: Tangentný galvanometer⁸



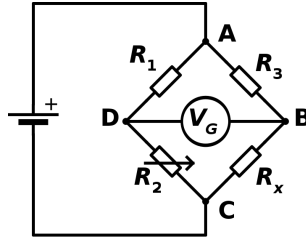
Obrázek 6: D'Arsonvalov galvanometer⁹

Na záver spomeňme ešte jednu významnú metódu pri meraní najmä parametrov rôznych súčiastok – mostíky. Tieto umožňujú určiť parametre neznámej súčiastky z hodnôt iných súčiastok, z ktorých spravidla aspoň jeden musí mať nastaviteľnú hodnotu. Najzákladnejším je Wheatstonov mostík zložený z troch známych rezistorov a jedného neznámeho určenému na meranie jeho elektrického odporu.

⁸https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Tangent_galvanometer_Philip-Harris_top1.jpg

⁹https://commons.wikimedia.org/wiki/File:A_moving_coil_galvanometer._Wellcome_M0016397.jpg

¹⁰<https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Wheatstonebridge.svg>

Obrázek 7: Schéma Wheatstonovho mostíka¹⁰

Galvanometer uprostred mostíka bude ukazovať nulový prechádzajúci prúd, ak budú odpory vyvážené a bude platiť

$$R_x = \frac{R_3 R_2}{R_1},$$

príčom pre dosiahnutie tejto podmienky meriame odpor rezistoru R_2 .

Pre určenie indukčnosti L sa dá použiť tzv. Maxwellov mostík a na meranie elektrickej kapacity C je možné použiť Wienov mostík. Oba pri meraní používajú striedavý zdroj napätia a sú schopné určiť okrem L, C aj vnútorný odpor reálnych súčiastok.

Digitálne meranie

Digitálne meracie prístroje sú založené na prevode analógových hodnôt napätia na digitálne hodnoty vzorkované v čase. Takýto AD prevodník má preto dva dôležité parametre – počet bitov n a vzorkovaciu frekvenciu f . Prístroj je schopný rozlíšiť 2^n hodnôt napätia medzi hodnotami U_{\min} a U_{\max} , pričom často sa volí $U_{\min} = 0$ alebo $U_{\min} = -U_{\max}$. Prevodom tak vzniká zaokrúhľovacia chyba na úrovni polovice rozlíšenia prístroja

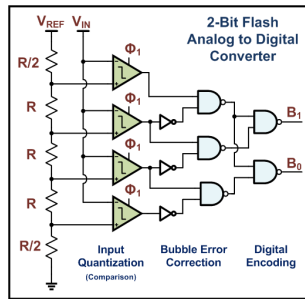
$$\Delta U = \frac{U_{\max} - U_{\min}}{2^n}.$$

Dôležitou konštrukčnou požiadavkou je linearita prístroja – aby každý bit odpovedal rovnakému nárastu napätia. Táto skutočnosť sa dá overiť a popri prípade kalibrovať presnejším prístrojom. Ak meriame časovú závislosť napätia, iste nás bude zaujímať hodnota vzorkovacej frekvencie. Pre dobrý popis skutočného priebehu vyžadujeme, aby vzorkovacia frekvencia bola aspoň dvakrát vyššia ako najvyššia frekvencia meraného signálu (teda čas medzi meraniami najviac polovičný charakteristického času zmien hodnoty signálu) – táto skutočnosť sa nazýva Nyquistov teorém. Inak sa môže stať, že skutočné frekvencie interpretujeme nesprávne – ak sinusoidálny signál s frekvenciou f_0 vzorkujeme s frekvenciou $f < f_0$ bude výsledok merania vyzerať ako sinusovka s frekvenciou $f_1 = f_0 - f$ – takzvaný aliasing. Pomocou AD prevodníka môžeme merať ako jednosmerné veličiny, tak aj veličiny striedavé. V druhom prípade však budeme dostávať závislosť napätia na čase, nie priamo amplitúdu striedavého napätia. Často sa preto v prístroji striedavé napätie najprv usmerní a zhladí na napätie jednosmerné, ktoré sa meria.

Na vysvetlenie je najjednoduchší flash AD prevodník, ktorý pozostáva zo série rovnakých rezistorov deliacich referenčné napätie ako na obrázku 8. Tieto zlomky

$$U_k = U_{\text{ref}} \frac{k + \frac{1}{2}}{2^n}$$

¹¹https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Flash_ADC.png



Obrázek 8: Schéma flash ADC prevodníka¹¹

sa následne porovnávajú s meraným napätím U_{in} pomocou tranzistorov po prípadnom zosilnení rozdielu týchto napätí predzosilovačom. Séria zopnutých tranzistorov tak vyjadruje merané napätie v unárnom (jednotkovom) zápise, ktorý sa pomocou logických hradieľ prevedie do dvojkovej sústavy. Táto konfigurácia je schopná merať s veľkou frekvenciou, avšak na získanie vyššieho rozlíšenia meraných hodnôt je potrebné veľké množstvo rezistorov a tranzistorov – n -bitový prevodník ich obsahuje 2^n . Ako referenčný zdroj napätia sa obvykle používa Zenerova dióda zapojená v závernom smere – po prekročení kritického záverného napätia je totiž jej volt-ampérová charakteristika extrémne strmá, čo umožňuje vytvoriť obvod stabilizovaný práve na túto hodnotu so stabilitou až ku $1 : 10^6$. Druhou častou možnosťou je využitie priamo úbytku napätia na polovodičovom prechode.

Konštrukčne odlišný je porovnávací/aproximačný AD prevodník. Tento na digitalizáciu využíva digitálno-analógový prevodník, ktorým vytvorí istú hodnotu napätia a tú následne porovnáva s meranou hodnotou. Výhodou je nižší počet súčiastok – pre n -bitový prevodník je postačujúci súbor n zdrojov o napätiach $U_0 \cdot 2^k$ pre k od 1 do n , príslušných n spínacích tranzistorov a jeden porovnávací tranzistor, čo môže byť v prípade vyššieho rozlíšenia rozhodujúce – pre 12-bitový prevodník by flash zapojenie vyžadovalo $2^{12} \doteq 4\,000$ tranzistorov, 16-bitový až $2^{16} \doteq 66\,000$. Pri meraní porovnávací prevodník pomocou tzv. sample and hold obvodu najprv „nakopíruje“ hodnotu napätia v danom okamihu a následne ju porovnáva s hodnotami s DA prevodníka binárnym prehľadávaním. Samotné meranie je preto oproti flash prevodníku výrazne pomalšie.

Ďalšími možnosťami sú integrujúce prevodníky, ktoré využívajú na meranie napätia obvodu meranie času nabíjania/vybíjania kondenzátora a hodnotu napätia určia výpočtom. Tieto prístroje majú najhoršie časové rozlíšenie, ale vysoké rozlíšenie a presnosť. Nie sú preto vhodné napr. pri zázname zvuku, ale sú ideálne pre použitie v klasických multimetoch.

Okrem merania samotného napätia dnes v princípe digitálnymi voltmetrami meriame aj mnoho iných veličín, ktoré sa najprv na napätie nejak prevedú. Najjednoduchším je meranie prúdu – meriame napätie na známom rezistore. Podobne elektrický odpor, kapacitu a indukčnosť je možné merať pomocou mostíkov podobne, ako v prípade analógových prístrojov. S vysokou presnosťou je možné merať zmeny parametrov určením zmeny napätia na mostíku. Toto nám umožňuje merať aj iné veličiny – teplotu, kde sa využíva Seebeckov jav na termistore, tlak využitím piezoelektrického javu, či magnetické pole využitím Hallovoho javu. S AD prevodníkmi sa stretáme aj mimo obvyklé meracie prístroje, slúžia napríklad aj na prevod excitovaného náboja fotoelektrickým javom na čípe kamery na hodnoty pixelov na fotografii.

Presnosť prichádza s kvantovkou

Veľký pokrok v meraní a jeho štandardizácii prišiel v druhej polovici 20. storočia vývojom fyziky nízkych teplôt a štúdiom supravodivosti a s ňou spojených kvantových javov. Jedným z pre metrologiu významných javov je kvantový Hallov jav.

Vysvetlime si najprv normálny Hallov jav, ktorý objavil E. Hall už v roku 1879. Majme kváder polovodivého materiálu ako na obrázku 9 o šírke W , dĺžke L a hrúbke t . Ak ho vložíme do vonkajšieho magnetického poľa o indukcii B_z orientovanom kolmo na dosťičku a na jeho hrany pripojíme elektródy, ktorými necháme prúdiť prúd I_x , má toto pole tendenciu vychylovať nosiče náboja v smere osi y . V kvádri preto vznikne rozloženie náboja medzi ľavou a pravou stenou, ktorého elektrické pole E v smere osi y toto vychyľovanie kompenzuje. Zo vzťahu pre silu pôsobiacu na nabitú časticu máme

$$0 = \mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad \Rightarrow \quad E_y = vB_z,$$

kde $\mathbf{v} = (v, 0, 0)$ je rýchlosť pohybu častíc. Tá je spojená s prúdom prostredníctvom časticovej hustoty nosičov náboja n , ich náboja obvykle o veľkosti elementárneho náboja e a prierezu vodiča $S = tW$ vzťahom

$$I_x = nevS = nevtW.$$

Dosadením dostaneme vzťah

$$I_x = \frac{netdE_y}{B_z} = \frac{net}{B_z}U_y \quad \Rightarrow \quad R_H = \frac{U_y}{I_x} = \frac{B_z}{net}A_H,$$

kde sme dosadili navyše vzťah medzi napätím a intenzitou homogénneho elektrického poľa $U = Ed$ a R_H je tzv. Hallov odpor. Bezrozmerná veličina A_H , ktorá sa do vzťahu pridáva, sa nazýva rozptyľový faktor a nadobúda hodnotu medzi 1 a 2 danú použitým materiálom. Meraním prúdu a napätia v kolmom smere tak vieme určiť veľkosť magnetického poľa.

V roku 1980 skúmaním Hallovho odporu v tenkých vrstvách, teda 2D konfiguráciách, K. von Klitzing meraním na MOSFET tranzistoroch zistil, že v čistom kremíkovom polovodiči za nízkych teplôt a pri silných magnetických poliach Hallov odpor nezodpovedá klasickej spojitosti závislosti, ale nadobúda len niektoré zo sady hodnôt

$$R_H = \frac{1}{\nu} \frac{h}{e^2}$$

hodnotou blízku klasickému riešeniu, kde h je Planckova konštanta a ν je celé číslo. Tento vzťah dosadením odpovedá závislosti časticovej hustoty náboja – elektrónov

$$nt = n_{2D} = \nu \frac{eB}{h}.$$

Prečo by však mala byť táto hodnota diskretná? Na ploche S našej vrstvy sa nachádza $N = Sn_{2D}$ elektrónov a preteká ňou magnetický indukčný tok $\Phi = BS$. Z kvantovej teórie magnetického poľa navyše vyplýva, že $2\Phi_0 = h/e$ je kvantum magnetického indukčného toku. Po dosadení tak dostávame vzťah

$$N = \nu \frac{\Phi}{2\Phi_0} \quad \rightarrow \quad \Phi_0 = \nu \frac{\Phi}{2N},$$

jedno kvantum magnetického toku sa teda rovná toku prislúchajúcemu celočíselnému násobku elektrónov. Dvojka v rovnici súvisí s dvomi rôznymi spinovými stavmi, ktoré môže elektrón

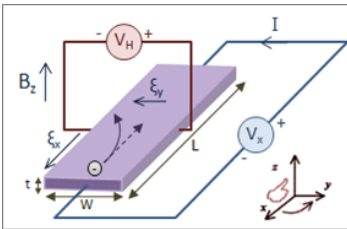
v magnetickom poli zaujať. Zaujímavý je aj energetický prístup – elektrón môže v prítomnosti magnetického poľa okupovať len diskkrétne energetické hladiny

$$E_n = hf_L \left(n + \frac{1}{2} \right), \quad f_L = \frac{qB}{2\pi m}$$

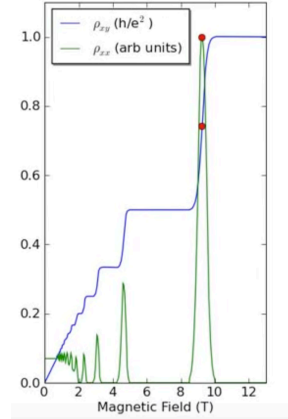
kde f_L je Larmorova frekvencia – frekvencia krúživého pohybu, ktorý nabitá častica v magnetickom poli vykonáva. Elektróny však môžu v látke nadobúdať najviac Fermiho energiu E_F , obsadené budú len niektoré zo stavov, pre ktoré $E_n < E_F$. Jednotlivé hladiny nie sú v praxi úplne ostré rozptylom elektrónov z ich orbít pôsobením tepelného pohybu atómov mriežky a nečistôt. Keď je hodnota magnetickej indukcie B taká, že táto rozšírená hladina má prekryv s Fermiho energiou, elektróny tejto hladiny sú schopné pohybu a materiál sa stáva vodivým s nenulovým odporom. Inak je materiál supravodivý s nulovým odporom. Toto sú práve hodnoty B , pre ktoré sa ν vo vzťahu pre Hallov odpor mení z jednej hodnoty na druhú¹² Za jeho experimentálnu prácu a overenie nezávislosti kvantového Hallového javu na veľa premenných bol von Klitzing ocenený už v roku 1985 Nobelovou cenou a hodnota

$$R_K = \frac{h}{e^2}$$

sa nazýva von Klitzingova konštanta. Priebeh závislosti pozdĺžneho/obyčajného a priečného/Hallovoho odporu v reálnom materiáli môžeme vidieť na obrázku 10. V slabých poliach vidíme priamoúmernú závislosť Hallového odporu na magnetickej indukcii a konštantnú hodnotu pozdĺžneho odporu, ktoré očakávame z nekvantového popisu.



Obrázek 9: Geometria Hallého javu¹³



Obrázek 10: Závislosť odporu od magnetickej indukcie¹⁴

¹²Pekné ilustračné video je na anglickej wikipédii <https://en.wikipedia.org/wiki/File:QuantumHallEffectExplanationWithLandauLevels.ogv>

¹³https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Hall_Effect_Measurement_Setup_for_Electrons.png

¹⁴https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum_Hall_effect

Druhým v štandardizácii významným javom je Josephsonov jav. V supravodičoch sa elektróny šíria vo dvojiciach nazývaných Cooperove páry. Josephsonov prechod je tvorený dvomi supravodičmi, medzi ktorými je umiestnená tenká vrstva izolantu alebo normálneho vodiča. Josephsonov jav popisuje kvantové tunelovanie Cooperovho páru elektrónov cez túto bariéru a bol teoreticky popísaný v roku 1962 a experimentálne overený v roku 1963. V roku 1973 bol B. Josephson ocenený Nobelovou cenou. Ak rozdiel fázy vlnovej funkcie Cooperovho páru pri prekážke medzi jednotlivými supravodičmi označíme δ a na supravodičoch udržujeme vzájomné napätie U , prúd tečúci prechodom je potom daný ako

$$I = I_c \sin(\delta(t)) ,$$

kde I_c je kritický prúd prechodu. A pre fázovú zmenu medzi prostrediami platí

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} = 2\pi \frac{2eU}{h} .$$

zlomok $2e/h = K_J$ sa označuje Josephsonova konštanta a je taktiež prevrátenou hodnotou kvanta magnetického indukčného toku. V prípade, ak na prechode nie je napätie, nadobúda prúd konštantnú hodnotu medzi $-I_c$ a I_c . Ak na prechod privedieme konštantné napätie U_0 , bude sa fázový skok meniť lineárne v čase, čo má za následok sínusový priebeh prúdu s amplitúdou I_c a frekvenciou $K_J U_0$. Josephsonov prechod teda prevádza napätie na frekvenciu, ktorú vieme merať presne pomocou atómových hodín. Prechod môže fungovať aj opačne, privedením monochromatického mikrovlnného signálu dôjde ku kvantovaniu napätia na prechode

$$U = n \frac{f}{K_J}$$

a príslušných skokov fáz. Tento princíp operácie stojí za najpresnejšími štandardmi napätia a nahradil Westonov elektrolytický článok ako štandard napätia a v priebehu dekády zvýšil presnosť napäťových štandardov z $1 : 10^6$ na $1 : 10^9$. Dnes má programovateľný 0 V – 10 V štandard NIST 300 000 supravodivých Josephsonových prechodov chladených tekutým héliom presnosť $1 : 10^{10}$.

Tieto javy umožnili zaviesť Konvenčné elektrické jednotky v roku 1990 fixovaním hodnôt frekvencie hyperjemného prechodu cézia po zhode so systémom SI a hodnôt Josephsonovej a von Klitzingovej konštanty na hodnotách $K_J^{90} = 483\,597,9 \text{ GHz} \cdot \text{V}^{-1}$ a $R_K^{90} = 25\,812,807 \, \Omega$. Presné meranie tak prebiehalo porovnaním s Josephsonovým štandardom napätia a štandardom elektrického odporu realizovaného pomocou kvantového Hallovoho javu a použitím atómových hodín. Tento postup sa formálne preniesol do SI v roku 2019 ako praktická realizácia novej definície ampéru

Ampér, symbol A, je SI jednotka elektrického prúdu. Je definovaná fixovaním numerickej hodnoty elementárneho náboja e na hodnote $1.602\,176\,634 \cdot 10^{-19}$ vyjadrenej v jednotkách As, kde sekunda je definovaná pomocou $\Delta\nu_{Cs}$.

Hodnota Planckovej konštanty a náboja elektrónu použitá v SI definíciách dáva mierne odlišné číselné hodnoty ako K_J^{90} a R_K^{90} . Samozrejme, v istých prípadoch je možné merať elektrický prúd priamo určením počtu jednotlivých elektrónov tečúcich plochou za meraný čas.

Odvodené veličiny

Okrem ampéra sa v elektrine a magnetizme stretne aj s množstvom iných jednotiek. Takmer každá veličina má svoju vlastnú jednotku pomenovanú po niektorom z fyzikov, ktorý sa zaslúžil o rozvoj oboru. V elektrostatike sa stretne s jednotkou elektrického náboja coulomb $1\text{ C} = 1\text{ A}\cdot\text{s}$. Ako sme spomenuli už v historickom úvode, jednou z metód merania náboja je elektromer, inou je balistický galvanometer integrujúci prúd ním tečúci. Obvykle sa pri elektrických súčiastkach stretávame s nábojmi veľmi malými na úrovni mC a menšími. Väčšie náboje majúvajú batérie, tu sa však často používajú zložené jednotky mA·h. Bežné alkalické batérie tak nesú $1\,200\text{ mAh} = 4,32\text{ kC}$. Rozdiel elektrostatických potenciálov, teda elektrické napätie má jednotku volt $1\text{ V} = 1\text{ J}\cdot\text{C}^{-1} = 1\text{ kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-3}\cdot\text{A}^{-1}$. Popis jeho merania je zahrnutý v predchádzajúcich kapitolách. Poslednou z elektrostatických veličín s vlastnou jednotkou je elektrická kapacita popisujúca úmeru medzi napätím a nábojom na doskách kondenzátora $1\text{ F} = 1\text{ C}\cdot\text{V}^{-1} = 1\text{ kg}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^4\cdot\text{A}^2$. Jej meranie obvykle prebieha meraním napätia a prúdu pri nabíjaní/vybíjaní kondenzátora alebo využitím kapacitancie pri použití striedavého prúdu a obvykle dosahuje hodnoty pF až μF . V kontexte jednoduchých obvodov sa stretne aj s jednotkou elektrického odporu ohm $1\ \Omega = 1\text{ V}\cdot\text{A}^{-1} = 1\text{ kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-3}\cdot\text{A}^{-2}$ a elektrickej vodivosti siemens $1\text{ S} = 1\ \Omega^{-1} = 1\text{ kg}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^3\cdot\text{A}^2$, ktoré sú úzko spojené s materiálovými vlastnosťami a geometrickým tvarom telesa. Ich veľkosť sa v princípe určuje z definície súčasným určením napätia a prúdu tečúcim súčiastkou.

S ďalšou sadou jednotiek sa stretne pri štúdiu magnetických polí. Magnetická indukcia má jednotku 1 T. Zo vzťahu pre Lorentzovu silu pôsobiacu na nabitú časticu pohybujúcu sa v magnetickom poli máme vzťah $1\text{ T} = 1\text{ N}\cdot\text{s}\cdot\text{C}^{-1}\cdot\text{m}^{-1} = 1\text{ kg}\cdot\text{A}^{-1}\cdot\text{s}^{-2}$. Magnetický indukčný tok má jednotku weber $1\text{ Wb} = 1\text{ T}\cdot\text{m}^2 = 1\text{ kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{A}^{-1}\cdot\text{s}^{-2}$. Poslednou z pomenovaných jednotiek je henry $1\text{ H} = 1\text{ V}\cdot\text{s}\cdot\text{A}^{-1} = 1\text{ kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-2}\cdot\text{A}^{-2}$ popisujúci indukčnosť konfigurácie vodičov, teda konštantu úmernosti medzi indukovaným napätím a zmenou elektrického prúdu. Jedná sa o hlavnú vlastnosť elektrickej súčiastky cievky. Jednou z možností, ako tieto veličiny určiť, je výpočet zo známej geometrie vodičov a hodnoty prúdov nimi tečúcich. Zmerať hodnotu intenzity magnetického poľa je možné pomocou magnetometra. Prvé magnetometre boli podobné kompasom – meraním orientácie a periódy kmitov malého dipólového magnetu na torznom závесе. Vo vonkajšom magnetickom poli sa magnet snaží orientovať v smere siločiar – malá výchylka z rovnovážnej polohy

$$\alpha = \frac{pH}{D},$$

kde p je magnetický dipólový moment magnetu, H je zložka intenzity magnetického poľa v smere magnetu a D je direkčný moment vlákna, ktorý určíme meraním periódy torzných kmitov. Uhol samotný je možné merať presne využitím výchylky odrazeného lúča laseru od zrkadielka umiestneného na magnete. Pre určenie p je však prístroj nutné najprv kalibrovať, obvykle pomocou kruhovej cievky so známou hodnotou pretekajúceho prúdu. Inou možnosťou bolo merať indukované napätie na známej cievke pri priblížení sa k zdroju magnetického poľa „z nekonečna“. Už sme sa stretli s ďalšou metódou pomocou Hallovoho javu meraním napätia na Hallovej sonde.

¹⁵https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Coast_and_Geodetic_Survey_Magnetometer_Plate_XV_Fig_1_WBClark_1897.jpg

¹⁶https://en.wikipedia.org/wiki/File:Pioneer_10-11_-_P50_-_fx.jpg

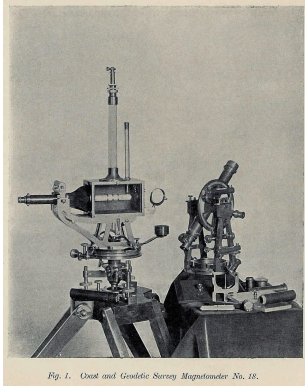
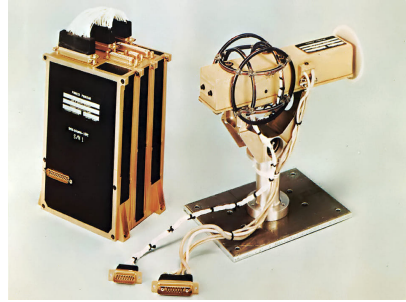


Fig. 1. Onst and Geodetic Survey Magnetometer No. 18.

Obrázek 11: Zememeračský magnetometer¹⁵



Obrázek 12: Magnetometer použitý v sondách Pioneer 10 a 11¹⁶

Modernou a vysoko citlivou metódou merania je tzv. SQUID¹⁷. Toto zariadenie je tvorené supravodivou slučkou obsahujúcou dve opačne orientované Josephsonove prechody. Hodnota magnetického indukčného toku uzatvoreného touto slučkou musí vďaka jej supravodivosti byť celočíselným násobkom kvanta Φ_0 magnetického indukčného toku

$$\Phi_0 = \frac{h}{2e},$$

kde h je Planckova konštanta a e je náboj elektrónu. Neceločíselná časť podielu toku generovaného vonkajším poľom Φ/Φ_0 je kompenzovaná generovaním prúdu krúžiacim slučkou. Ak krížom cez slučku navyše prúdi dostatočný vonkajší prúd, napätie, ktoré na slučke nameriame je úmerné hodnote cirkulujúceho prúdu, ktorý je sinusoidálnou funkciou magnetického poľa. Tento prístroj nám preto umožňuje merať extrémne malé zmeny magnetického poľa až k 10^{-14} T a pri dostatočnom časovom rozlíšení určiť aj vyššie hodnoty s touto presnosťou, ak sme schopní určiť počet maxim sinusovky, cez ktoré hodnoty napätia pri zmene prešli. Veľmi zaujímavou aplikáciou tejto metódy je magnetoencefalografia – meranie mozgovej aktivity záznamom magnetických polí na úrovni μT – nT spevádzajúcich elektrické prúdy v mozgu sa vyskytujúce. V medicíne sa podobné prístroje používajú aj na sledovanie aktivity srdca, či žalúdka.

Po predošlých dieloch už čitateľa iste neprekvapí, že magnetické pole je možné merať aj optickými metódami. Tu vďačíme Zeemanovmu javu, ktorý rozštiepuje spektrálne čiary atómov umožňujúc nám merať magnetické polia na povrchu Slnka a hviezd.

Iné systémy elektromagnetických jednotiek

Ako sme už spomenuli, vznik elektromagnetických jednotiek nebol bezproblémový. Jednotky vznikali v kontexte cgs systému, pričom vznikli dva rôzne typy.

Elektrostatický systém cgs-ESU vychádza z Coulombovho zákona bez akejkoľvek konštanty úmernosti

$$F = \frac{q_1 q_2}{r^2},$$

¹⁷ z anglického Superconducting Quantum Interference Device

kde pre náboje o veľkosti 1 franklin (1 Fr) vo vzdialenosti 1 cm pôsobí sila 1 dyn. Jednotkou prúdu tak bol 1 Fr·s⁻¹. Odvodeným jednotkám v tomto systéme sa obvykle hovorí stat-ampér, stat-volt a podobne.

Elektromagnetický systém cgs-EMU vychádza z pôsobenia vodičov s prúdom

$$\frac{F}{l} = \frac{I_1 I_2}{r},$$

ktorá vedie k definícii biotu, alebo tiež abampéru, ktorú sme spomenuli už vyššie. Okrem biota sa v tomto systéme stretne aj s gaussom ako jednotkou magnetickej indukcie, oerstedom ako jednotkou magnetickej intenzity a maxwellom ako jednotkou magnetického toku. Z tohto systému sa prechodom od cgs ku SI vyvinuli dnes používané jednotky prenesením faktoru $4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$ do permeability vákua μ_0 ako konštanty úmernosti v predošlej rovnici. S novou definíciou ampéru sa však jedná o hodnotu, ktorú je nutné zmerať v experimente.

So zmenou použitých jednotiek sa mení aj forma použitých rovníc, najmä výskyt permitivity a permeability a faktorov ako 2π a 4π . Ešte väčší neporiadok priniesla racionalizácia niektorých jednotiek, ktorá z geometrických dôvodov tieto faktory v rovniciach ponecháva. Gaussovské cgs jednotky tak nemajú v Coulombovom a Biot-Savartovom zákone 4π , ale majú ich preto v Maxwellových rovniciach, naopak ako v prípade SI systému. Heavisidov–Lorentzov systém je podobný SI systému, berie však oboje hodnoty permitivity aj permeability vákua rovné jednej. To má za následok, že v Maxwellových rovniciach sa na niektorých miestach objavuje explicitne rýchlosť svetla. Pri používaní iných jednotiek ako v systéme SI preto treba byť nanačvýchš opatrný aj pri tvare použitých vzťahov.¹⁸

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.

Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.

¹⁸Autor sa preto po osobnej skúsenosti snaží cgs systému v inom ako mechanickom kontexte úplne vyhýbať.