

**Úloha VI.P ... zem na plné obrátky** 10 bodů; průměr 6,48; řešilo 31 studentů

*Odhadněte horní limit práce za čas, kterou je možné na Zemi dlouhodobě vykonávat. Planeta musí zůstat obývatelná a pokud možno se stejným klimatem i pro další generace.*

*Jáchymovi se přehřívá notebook.*

**Úvodné slová**

Na začiatok sa budeme musieť poriadne zamyslieť nad tým, ako si vyložíme zadanie, pretože od toho závisí aj to, ako budeme pristupovať k riešeniu tejto úlohy a ktoré faktory nás budú limitovať. V texte budeme hovoriť veľa o energii, pre nás najdôležitejšia energia bude elektrická, pretože sa ľahko premenia na iné formy energie, a teda aj na prácu.

**Ekológia, biosféra a klíma** Planéta má zostať obývatelná, to znamená že naše vykonávanie práce a získavanie potrebnej energie nemôže vážne narúšať biosféru Zeme. Z tohto pohľadu je nevhodné, napríklad, celý povrch pokryť solárnymi panelmi, pretože by pohltili všetko dopadajúce slnečné žiarenie, a tým pádom by nutne žiadne nezostalo rastlinám, bez ktorého by nemohli prežiť. Asi netreba ďalej rozoberať, že bez rastlín by sa následne zrútil celý potravinový reťazec, postupne vyhynula väčšina foriem života a planéta by sa stala neobývatelnou. Preto budeme potrebovať vysokovýkonné zdroje energie, ktoré nebudú zaberáť veľa miesta, prípadne ich bude možné umiestniť pod povrch Zeme.

Druhým dôležitým faktorom pre biosféru je priemerná teplota planéty. Tú ovplyvňuje viacero faktorov. Jedným z najdôležitejších bude globálne otepľovanie, ktoré súvisí s množstvom skleníkových plynov v atmosfére. Ak máme dlhodobo vyrábať energiu a konať prácu (o tom ako dlho by to dlhodobo malo byť sa pobavíme neskôr), tak nutne chceme vypúšťať čo najmenej skleníkových plynov, najlepšie žiadne. Z tohto pohľadu sú fosílna palivá nevhodné (tie sú nevhodné aj z pohľadu udržateľnosti, ale o tom neskôr).

Väčšina odborníkov sa zhoduje, že k veľkým ekonomickým, sociálnym a ekologickým škodám dôjde, ak priemerná teplota Zeme stúpne o 2 °C v krátkom čase<sup>1</sup>.

**Udržateľnosť** Na dlhodobé vykonávanie práce budeme potrebovať spoľahlivý udržateľný zdroj energie. No a čo si máme predstaviť pod pojmom udržateľný? Možno sme si predstavili obnoviteľný zdroj energie a za to si nemôžeme nič vyčítať, pretože to nám vtiekajú do hláv už od nepamäti. Pravda je taká, že nič ako obnoviteľný zdroj energie neexistuje. Energia sa nedá vyrobiť, môžeme len premeniť jednu formu energie na nejakú inú, ktorú vieme lepšie použiť. Veterné elektrárne využívajú energiu vetra, prípadne vzdušných prúdov, vodné elektrárne zase energiu kolobehu vody. Vietor vzniká v dôsledku rozdielov tlakov, a tie môžu vzniknúť napríklad rozdielnou teplotou. Rozdielnou teplotu môže zabezpečiť slnečná energia. Vyparovanie je dôležitou súčasťou kolobehu vody a energiu na vyparovanie opäť dodáva Slnko. A Slnko nebude energiu dodávať večne, pretože za cca 5 miliárd rokov spáli väčšinu paliva (vodíka a hélia) a stane sa z neho biely trpaslík. Z tohto kontextu nemôžeme ani hviezdy považovať za obnoviteľný zdroj energie.

Hrá tu úlohu aj 2. termodynamický zákon, z ktorého, okrem iného, vyplýva, že celý vesmír speje k nevyhnutnej „tepelnej smrti“. k tomuto zákonu sa ešte vrátíme.

<sup>1</sup><https://www.britannica.com/science/global-warming>

O hviezdach a vyššie spomenutých *obnoviteľných* zdrojoch energie avšak môžeme hovoriť v kontexte udržateľnej energie, pretože ju môžeme čerpať rádovo viac ako desiatky tisíc rokov. Povedzme, že zdroj energie budeme pokladať za udržateľný ak by vydržal viac ako tisíc rokov (počas tejto doby by aj tak pokročila technológia a fyzici by sa pozerali na túto úlohu inak).

**Zdroj energie** Budeme potrebovať výkonný zdroj energie, ktorý nezaberie veľa miesta. Obnoviteľné zdroje energie nie sú vhodné, kvôli nespoľahlivosti (produkcia závisí od počasia) a potrebe veľkého množstva miesta (nízkej hustoty výkonu). Vhodnejším kandidátom sa zdá byť štepná alebo fúzna jadrová energia.

### Model horného odhadu

V nasledujúcej časti navrhne model, ktorým sa budeme snažiť odhadnúť horný limit možnej vykonávajúcej práce bez ohľadu na to, či potrebnú energiu sme schopný získať. Avšak aj na získavanie energie si necháme nejaké reštrikcie, a to najmä druhý termodynamický zákon. V modeli sa zameriame hlavne na množstvo odpadovej tepelnej energie, ktorú Zem dokáže vyžiarit do okolia bez toho, aby priemerná teplota na jej povrchu stúpala o  $2^\circ\text{C}$ .

**Súčasná energetická bilancia Zeme - bez vykonávania práce** Priemerná teplota povrchu Zeme bola v pred industriálnej ére  $13,7^\circ\text{C}$ .<sup>2</sup> Súčasne vieme, že zo Slnka na Zem dopadá  $P_S = 173\,000\text{ TW}$  energie a ďalších  $P_J = 47\text{ TW}$  z jadrových rozpadov v kôre,<sup>3</sup> vidíme, že táto hodnota je úplne zanedbateľná oproti energii dopadajúcej zo Slnka, čiže stačí brať  $P_S + P_J \approx P_S$ . Zem musí vyžarovať energiu s rovnakým výkonom, aby bola v termodynamickovej rovnováhe. Budeme predpokladať, že Zem vyžaruje ako čierne teleso. Tušíme, že Zem nie je úplne čierna a preto doplníme ešte konštantu  $\varepsilon$ , ktorú dopočítame. Bilancia energie teda bude s použitím Stefan-Boltzmannovho vzťahu vyzerať nasledovne

$$P_S = \varepsilon \sigma S T^4,$$

kde  $\varepsilon$  bude predstavovať dopočítanú emisivitu Zeme,  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}\text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$  je Stefan-Boltzmannova konštanta,  $S$  povrch Zeme a  $T = 13,7^\circ\text{C}$  priemerná teplota povrchu. Po dosadení za povrch Zeme  $S = 4\pi R^2$ , kde  $R = 6378\text{ km}$  dostaneme pre emisivitu vzťah

$$\varepsilon = \frac{P_S}{4\pi R^2 \sigma T^4},$$

po dosadení číselných hodnôt  $\varepsilon \approx 0,88$ .

**Trochu termodynamiky** Pri konaní akejkoľvek práce vzniká odpadové teplo, rovnako tak aj pri tvorení elektrickej energie, ktorú budeme používať. Koniec koncov po uplynutí dosť dlhého času sa na teplo zmení každá vykonaná práca. V dlhodobom horizonte nás teda zaujíma, len aký výkon navyše dokáže Zem vyžiarit, aby sa jej povrchová teplota nevyšla o viac ako  $2^\circ\text{C}$ . Tento celkový výkon bude pozostávať z odpadového tepla z výroby elektrickej energie a z vykonávania práce, čo spolu bude predstavovať tepelnú energiu, ktorá bola vyprodukovaná na výrobu elektrickej energie v reaktore.

<sup>2</sup><https://www.climate.gov/news-features/understanding-climate/climate-change-global-temperature>

<sup>3</sup>[https://en.wikipedia.org/wiki/Earth%27s\\_internal\\_heat\\_budget](https://en.wikipedia.org/wiki/Earth%27s_internal_heat_budget)

**Množstvo tepla, ktoré vie Zem vyžiarit navyše** Teraz odhadneme, aký veľký tepelný výkon by Zem vyžarovala navyše, keby sa jej povrch zahrial o  $2^\circ\text{C}$ . k jeho výpočtu upravíme vzťah použitý v kapitole o energetickej bilancii Zeme. Upravíme ho na tvar

$$P + P_S = 4\pi R^2 \sigma \varepsilon (T + 2^\circ\text{C})^4,$$

kde  $P$  je tepelný výkon, ktorý by Zem vyžarovala navyše. Vyjadrením dostaneme tvar

$$P = 4\pi R^2 \sigma \varepsilon (T + 2^\circ\text{C})^4 - P_S,$$

a po dosadení a vyčíslení  $P = 4600 \text{ TW}$ . V roku 2021 bola celková energetická spotreba na Zemi  $176\,000 \text{ TWh}^4$ , čo predstavuje priemerný výkon  $20 \text{ TW}$  počas roka. Ako môžeme vidieť, globálne otepľovanie nebude spôsobené tým, že vyrábame príliš veľa energie, ale skôr tým ako ju vyrábame a čo pri tom vypúšťame.

**Druhý termodynamický zákon alebo niečo o účinnosti** Druhý termodynamický zákon tvrdí, že najvyššia účinnosť, ktorú môže mať tepelný stroj medzi horúcejším tepelným rezervoárom s teplotou  $T_H$  a chladnejším tepelným rezervoárom s teplotou  $T_S$  je

$$\eta = \frac{T_H - T_S}{T_H},$$

čo udáva účinnosť Carnotovho cyklu. Druhý termodynamický zákon vylučuje existenciu perpetua mobile II. druhu, kedy by sa všetka tepelná energia premenila na mechanickú energiu. Naše tepelné elektrárne teda nemôžu mať vyššiu účinnosť, než udáva vzťah vyššie.

**Užitočná práca, ktorú vieme vykonávať** Jadrová, geotermálna, prípadne aj fúzna elektrárň bude používať parnú turbínu na tvorbu mechanickej a následne elektrickej energie. V turbínach aj potrubíach bude prúdiť prehriata para pod vysokým tlakom. Uvádza sa, že materiálové limity na teplotu takejto pary sú cca  $650^\circ\text{C}$ . Uvažujme, že para vychádzajúca z turbíny bude mať  $100^\circ\text{C}$ . Potom pre horný odhad účinnosti turbíny s použitím II. TMD zákona dostaneme približne  $60\%$ . Tento odhad je vyšší, bežné turbíny majú účinnosť okolo  $40 - 50\%$  (kombinované plynové elektrárne môžu mať účinnosť aj jemne cez  $60\%$ ), ale tak budme optimisti.

S účinnosťou výroby energie  $60\%$  môžeme teda dlhodobo na Zemi produkovať  $2800 \text{ TW}$  elektrickej energie a ak na vykonávanie práce budeme používať elektromotory s účinnosťou  $90\%$  tak môžeme vykonávať užitočnú prácu s výkonom  $2500 \text{ TW}$ .

### *Produkcia potrebnej energie*

Takúto obrovskú spotrebu energie budeme musieť nejak zabezpečiť. V úvode sme vraveli, že napr. také solárne panely nie sú na to úplne vhodné. Celkový výkon  $4600 \text{ TW}$  tvorí cca  $3\%$  z celkovej slnečnej energie, ktorá dopadne na Zem. S uvažovaním, že  $2/3$  povrchu tvoria oceány by sme museli takmer desatinu povrchu nahradit solárnymi panelmi (minimálne o dvoj až trojnásobok viac ak uvažíme, že časť panelov bude na odvrátenej strane kde bude tma alebo nebude tak efektívne produkovať energiu kvôli počasiu), čo by pre biosféru asi nebolo úplne vhodné. na druhú stranu treba spomenúť, že táto energia by úplne nespôsobilá zahriatie Zeme, pretože by sme len časť solárnej energie premenili najskôr na elektrickú energiu a potom na prácu, pričom klasicky sa premieňa na teplo priamo.

<sup>4</sup><https://ourworldindata.org/energy-production-consumption>

Pri súčasnej produkcii jadrovými elektrárnami a so súčasnými odhadmi ložísk uránu na planéte by nám malo toto množstvo vystačiť na 230 rokov.<sup>5</sup> Avšak s lepšou technológiou sa môže tento čas až zdvojnásobiť. Ak by sme používali rýchle typy reaktorov, ktoré dokážu recyklovať použité palivo, tak by nám zásoby uránu mohli vystačiť až na 30 000 rokov, pri súčasnej spotrebe a produkcii energie. Ten istý zdroj tvrdí, že súčasná ročná produkcia energie v atómových elektrárnach je 2 800 TWh. V optimistickom modeli teda máme v uráne uložených  $84 \cdot 10^6$  TWh energie, čo by pri maximálnej možnej spotrebe vydržalo okolo dvoch rokov. V moriach sa nachádza tiež veľké množstvo uránu, ktorý v súčasnosti nevieme extrahovať, no vyzerá to tak, že štiepenie na takúto prácu stačiť nebude. No na pomoc by sme si mohli zavolať silnejšieho súrodca, a to jadrovú fúziu.

**Súčasná možnosť fúzie** Hoci máme od funkčnej fúznej elektrárne ešte pomerne ďaleko, môžeme sa v tejto úlohe zaoberať jej teoretickým konceptom. V prvej generácii fúzných reaktorov sa predpokladá ako palivo deutérium a trícium v látkovom pomere 1 : 1. Pri jednej takejto zrážke sa uvoľní 17,6 MeV. Deutérium sa dá lacno získať z morskej vody, s trícium je ale väčší problém, na jeho výrobu budeme potrebovať lítium.

**Množstvo líthia a deutéria** Na Zemi sa v oceánoch nachádza  $1,338 \cdot 10^9$  km<sup>3</sup> vody v moriach a oceánoch.<sup>6</sup> Hustota morskej vody je premenlivá ale predpokladajme, že priemerná hustota bude do 1020 kgm<sup>-3</sup>. Morská voda obsahuje aj rôzne rozpustné soli (okrem samotnej vody), predpokladajme, že množstvo rozpustených solí tvorí priemerne 4% hmotnosti vody, čím môžeme odhadnúť hmotnosť vody v Zemských oceánoch na  $1,35 \cdot 10^{18}$  t vody. Molárna hmotnosť vody je 18 g·mol<sup>-1</sup>, vodíka vo vode 2 g·mol<sup>-1</sup> (pozor, molekula vody totiž obsahuje dva atómy vodíka). Hmotnosť vodíka vo vode teda bude v pomere molárnych hmotností 2 : 18 a číselne pre hmotnosť vodíka v oceánoch dostaneme  $\approx 1,51 \cdot 10^{17}$  t. Deutérium tvorí približne 0,031% hmotnosti všetkého vodíka v oceánoch,<sup>7</sup> teda náš odhad deutéria na Zemi činí  $4,7 \cdot 10^{13}$  t.

Celkové množstvo lítia v ložiskách na Zemi sa odhaduje na  $89 \cdot 10^6$  t, pričom vyťažiteľných je  $22 \cdot 10^6$  t,<sup>8</sup> okrem toho sa ešte nachádza vo väčšom množstve v morskej vode. My budeme predpokladať, že vieme vyťažiť všetko lítium v ložiskách, čo nám dáva  $89 \cdot 10^6$  t lítia.

Lítium sa v prírode vyskytuje v 2 izotopoch, a to <sup>6</sup>Li a <sup>7</sup>Li. na produkciu trícia sa dajú použiť obidva izotopy (obidva dávajú trícium v látkovom pomere 1 : 1 z lítia), avšak <sup>6</sup>Li je na to vhodnejší. Lítium je tvorené z 4,85% práve z <sup>6</sup>Li, odkiaľ dostávame  $4,3 \cdot 10^6$  t, ktoré sú vhodné na využitie pri fúzii.<sup>9</sup>

**Energia ukrytá vo fúzii** Na prvý pohľad je jasné, že limitujúcim faktorom pre fúziu bude práve lítium (je ho výrazne menej, čo znamená aj menej trícia). Už máme všetko potrebné pre odhad energie, ktorý urobíme vzťahom

$$E = E_1 N = E_1 N_A \frac{m_{\text{Li}}}{M_{\text{Li}}},$$

<sup>5</sup><https://www.scientificamerican.com/article/how-long-will-global-uranium-deposits-last/>

<sup>6</sup><https://www.usgs.gov/special-topics/water-science-school/science/how-much-water-there-earth>

<sup>7</sup><https://en.wikipedia.org/wiki/Deuterium>

<sup>8</sup>[https://bettermeetsreality.com/how-lithium-is-left-in-the-world-will-we-run-out-what-happens-if-we-do/?utm\\_content=expand\\_article](https://bettermeetsreality.com/how-lithium-is-left-in-the-world-will-we-run-out-what-happens-if-we-do/?utm_content=expand_article)

<sup>9</sup><https://en.wikipedia.org/wiki/Lithium#Occurrence>

kde  $E$  je celková energia,  $E_1 = 17,6$  MeV predstavuje energiu uvoľnenú z jednej syntézy deutéria s trícium,  $N$  počet častíc, ktoré máme (pripomíname, že limitujúcim faktorom je lítium),  $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$  je Avogadrova konštanta,  $m_{\text{Li}} = 4,3 \cdot 10^6 \text{ t}$  je hmotnosť  ${}^6\text{Li}$  a  $M_{\text{Li}} = 6,02 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$  molárna hmotnosť  ${}^6\text{Li}$ . Po dosadení  $E = 7,57 \cdot 10^{36} \text{ MeV} \approx 336 \cdot 10^6 \text{ TWh}$ , čo vydrží na vykonávanie tak veľkej práce 8,3 roku.

Ak by sme sa rozhodli použiť aj o trochu horšie  ${}^7\text{Li}$ , tak by sme za  $m_{\text{Li}}$  dosadili celkovú hmotnosť lítia a za  $M_{\text{Li}}$  relatívnu molárnu hmotnosť lítia  $6,94 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ . V takomto prípade by sa  $E = 1,36 \cdot 10^{38} \text{ MeV} \approx 6,04 \cdot 10^9 \text{ TWh}$ , čo by vydržalo na 24 rokov vykonávania práce.

### Záver

Teoreticky môžeme dlhodobo vykonávať prácu, bez zničenia klímy až s výkonom 2500 TW. Avšak, so súčasnými technologickými možnosťami by sme nedokázali vyprodukovať toľko energie, aby sme dokázali túto prácu vykonávať viac ako dve storočia.

*Juraj Jánošík*

`juraj.janosik@fykos.cz`

---

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.  
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.