

Úloha IV.P ... lodička si pluje

10 bodů; průměr 5,65; řešilo 55 studentů

Diskutujte, jaké fyzikální jevy ovlivňují rychlost plavby lodi a ponorky. Jaké odporové síly na ně působí? Jakou nejvyšší rychlostí loď nebo ponorka může plout?

Jindra pantoval na řece Cam.

Úvod

Pri plavbe lode/ponorky sa dejú dve základné veci. Motory, pomocou skrutiek produkujú ťahovú silu, ktorá zrýchľuje loď dopredu a súčasne prostredie (najmä voda) pôsobí odporovou silou proti tomuto pohybu. Maximálna možná rýchlosť (nazývaná aj ako medzná) sa dosiahne vtedy, keď sa obidve sily vyrovnajú. Poďme sa teraz bližšie pozrieť na odporovú silu tekutín, ako vzniká a na aké podtypy sa dá ďalej deliť.

Odporové sily

Odporová sila tekutín, na rozdiel od klasického trenia závisí od veľkosti rýchlosti vzájomného pohybu tekutiny a telesa, prípadne dvoch vrstiev tekutiny. Pri nízkych rýchlostiach nastáva laminárne prúdenie, pri ktorom odporová sila závisí lineárne na rýchlosti. Po zvýšení rýchlosti nad určitú kritickú hodnotu vzniká prúdenie turbulentné, pre ktoré je charakteristická závislosť odporovej sily od druhej mocniny rýchlosti. To, či ide o laminárne alebo turbulentné prúdenie môžeme zistiť pomocou Reynoldsovho čísla Re .

$$Re = \frac{\rho v L}{\eta}$$

kde ρ je hustota kvapaliny, v vzájomná rýchlosť kvapaliny a daného telesa, L typický rozmer a η dynamická viskozita kvapaliny. Ak bude $Re < Re_K$, pôjde o laminárne prúdenie, ak $Re > Re_K$, tak o turbulentné. Hodnotu Re_K určujeme pre dané geometrické usporiadanie väčšinou experimentálne.

Pri laminárnom prúdení sa jednotlivé vrstvy kvapaliny nemiešajú, naopak pri turbulentnom prúdení sa jednotlivé vrstvy premiešavajú za vzniku vírov. Laminárne prúdenie sa dá od turbulentného odlíšiť aj pohľadom, nakoľko laminárne prúdenie sa javí ako ustálené (tečúca kvapalina vyzerá, ako keby bola „odfotená“) a naopak turbulentné prúdenie mení svoj tvar s časom. Zo skúsenosti môžeme považovať plavbu lode aj ponorky za turbulentné prúdenie.

Delenie odporových síl

Odporové sily prostredia môžeme podľa vzniku rozdeliť do dvoch hlavných kategórii, a to tlakový (tvarový) odpor a viskózný odpor.

Tvarový odpor súvisí s tvarom telesa, s rozrážaním častíc tekutiny a menení ich smeru pohybu.

Viskózný odpor vzniká trením kvapaliny o stenu telesa. Pri kontakte s kvapalinou na povrchu telesa vznikne infinitezimálne tenká vrstva tejto kvapaliny, ktorá sa vzhľadom na teleso nebude hýbať (túto vrstvu bude teleso "ťahat" so sebou) a bude sa trieť o ostatné, pohybujúce sa, vrstvy. Pre pomalé lode to tvorí asi 80 % celkového odporu, pre rýchle asi 50 %.

Výpočet odporovej sily

Celková odporová sila bude súčtom vyššie uvedených efektov. Napríklad pri obtekaní gule zhruba 90 % celkovej odporovej sily vzniká v dôsledku tlakového odporu, naopak pri krídle je to len zhruba 10 %. Odporovú silu F_D môžeme vypočítať nasledovne (za predpokladu ponorenia celého telesa v kvapaline):

$$F_D = \frac{1}{2} \rho v^2 C_D S.$$

Kde ρ je hustota danej tekutiny, v vzájomná relatívna rýchlosť prostredia a telesa, S účinná plocha (kolmá k smeru pohybu) a C_D je súčiniteľ odporu, ktorý závisí na geometrickom usporiadaní a určuje sa experimentálne (pre najbežnejšie tvary sa dá nájsť aj na wikipédii).

Ďalšie delenie tlakového odporu K veľkosti tlakového odporu prispieva viacero efektov, na ktoré sa bližšie pozrieme v nasledujúcej časti. Nižšie spomenuté efekty môžu v konečnom dôsledku ovplyvniť napríklad aj veľkosť viskózneho odporu, ale príčinou týchto zmien je vždy geometria daného telesa a preto sa tieto efekty zaraďujú ku tvarovému odporu.

Odpor tvorením vln Je typ odporu prostredia, ktorý ovplyvňuje len povrchové plavidlá a prezentuje energiu, ktorá je potrebná na odsunutie vody od trupu lode. Táto energia sa spotrebuje na vytvorenie vlny (ktorá ju aj odnáša od lode). Najsilnejšie vlny produkuje predná a zadná časť lode a tieto vlny sa delia na rozbiehavé (divergentné) a priečne.

Priečne vlny tvoria väčšinu tejto odporovej sily, keďže ovplyvňujú, aká plocha trupu je v kontakte s vodou (viskózna časť odporu). Vlnová dĺžka priečných vln je úmerná rýchlosti lode a pri istej rýchlosti (tzv. hull speed) bude vlnová dĺžka priečných vln rovná dĺžke lode (rôzne lode môžu mať rôzne hodnoty hull speed). V takomto prípade bude zmáčaná plocha trupu maximálna, čo dáva maximálnu hodnotu viskózneho odporu (prvé maximum odporovej sily). Ak by sme loď ešte zrýchlili (na tzv. hump speed), tak sa vlnová dĺžka priečných vln zvýši na 1,5násobok dĺžky trupu lode. To bude mať za následok pokles hladiny vody pri korme a naklonenie celej lode, čo vytvorí dojem, že loď ide neustále "hore kopcom". To vo výsledku zvyšuje energiu potrebnú na udržanie danej rýchlosti (druhé maximum odporovej sily). Pri ďalšom zvyšovaní rýchlosti lode sa bude odpor tvorením vln mierne znižovať (je potrebné ale prekonať predchádzajúce bariéry).

Rozbiehavé vlny zvierajú spolu uhol 39° (nezávisle od rýchlosti lode) a tvoria vonkajšie vlny v brázde za loďou.

Odpor tvorením vztlaku Zatiaľ čo odpor tvorením vln pôsobí silou proti pohybu, tak odpor tvorením vztlaku má aj nejakú zložku sily kolmú na pohyb, ktorú vieme využiť, hlavne v letectve. Tento odpor vzniká dôsledkom Newtonovho zákona akcie a reakcie, keď trup lode/-krídlo mení smer pohybu častíc tekutiny smerom dole, čím naň pôsobí reakčná sila smerom nahor (dynamický vztlak).

Odpor vznikajúci prekonaním sonickej bariéry Pri prekročení rýchlosti zvuku v danom prostredí vznikajú rázové vlny, ktoré sú príčinou ďalšej straty energie. Veľkosť brzdnnej sily v tomto prípade nezávisí od viskozity danej kvapaliny. Nakoľko lode ani ponorky nedokážu ísť dostatočne rýchlo (rýchlosť zvuku vo vode je cca $1500 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$) tak tento efekt nebudeme ďalej uvažovať.

Výkon odporových síl a maximální rychlost lode Pri lodiach sa nezvykne udávať ťahová sila motorov ale ich výkon. Z tohto dôvodu by bolo výhodné, keby vieme stratu energiu plavidla popísať stratovým výkonom odporových síl. Potom by medzná rýchlosť bola taká, pri ktorej sa vyrovná výkon motorov lode so stratovým výkonom odporových síl. Stratový výkon odporových síl P_D dostaneme ak prenásobíme odporovú silu F_D rýchlosťou v .

$$P_D = F_D v = \frac{1}{2} \rho v^3 C_D S$$

V rovnováhe bude výkon plavidla $P = P_D$ a teda pre maximálnu rýchlosť v_{\max} dostaneme:

$$v_{\max} = \sqrt[3]{\frac{2P}{\rho C_D S}},$$

tento popis je zvlášť výhodný, pokiaľ plavidlo neprodukuje vlny (ponorená ponorka), maximálnu rýchlosť hladinovej lode nemôžeme týmto vzťahom určiť, pretože nepočíta s odporovou silou vzniknutých vln.

Započítanie odporu vln alebo Crouchova konštanta George Crouch bol americký inžinier ktorý žil na prelome 19. a 20. storočia a preslávil sa navrhovaním a stavbou rýchlostných lodí, ktoré viackrát zvíťazili v Gold Cupe. Jeho vzťah pre maximálnu rýchlosť lode vyzerá nasledovne:

$$v_{\max} = C \sqrt{\frac{P}{M}},$$

kde C je Crouchova konštanta (závislá na type lodí), P je výkon lode a M jej hmotnosť. Najväčšou nevýhodou tohto vzťahu je fakt, že pán Crouch nepoznal metrický systém a tak zadával výkon P v konských silách ($1 \text{ kW} = 1,34 \text{ hp}$), hmotnosť M v librách ($1 \text{ kg} = 2,2 \text{ lbs}$) a rýchlosť v_{\max} vychádzala v míľach za hodinu ($1 \text{ mph} = 1,61 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$). V tabuľke 1 sú uvedené hodnoty Crouchových konštánt pre niektoré typy lodí.

Tab. 1: Crouchove konštanty pre rôzne typy lodí

Typ lode	Crouchova konštanta
krížnik, priemerná „runaboat“, výletné lode	150
ľahký vysokorýchlostný krížnik, vysokorýchlostné runaboaty	190
pretekárske lode	210
hydroplány	220
pretekárske katamarány a „sea sledy“	230

Minimalizácia odporových síl

Pre lode Čím vhodnejší tvar bude loď mať, tým väčšiu bude mať Crouchovu konštantu. Tu sa už cesta delí a pre rôzne využitia lodí sa robia rôzne úpravy.

Pri veľkých a pomalých lodiach s veľkým ponorom sa snažíme minimalizovať najmä odpor tvorením vln, nakoľko tvarový odpor by sme vedeli zmenšiť len ponorom lode, čo by nepriaznivo

vplývalo na množství nákladu, který dokáže unést. Za tímto účelem sa väčšinou do prednej časti lode pridáva valcovitý výbežok, ktorý sa nachádza pod hladinou (angl. bulbous bow). Pri vhodnej vzdialenosti od hlavného trupu lode dokáže tento výbežok vytvoriť priečnu vlnu, ktorá následne deštruktívnou interferenciou vyruší priečnu vlnu, ktorá vznikne na prave lode, čím sa zníži odpor.

Druhým spôsobom ako zmenšiť odpor je minimalizácia častí lode pod vodou (minimalizácia viskózneho odporu). Tento spôsob sa používa hlavne pri menších a rýchlych lodiach. K dosiahnutiu tohto cieľa sa využíva dynamický vztlak (vzniká pri vhodnom tvare trupu lode), ktorý pomáha statickému vztlaku (Archimedov zákon) v prekonávaní tiažovej sily lode. Čím vyššia bude rýchlosť lode, tým väčší bude a mať dynamický vztlak, čím sa zmenší potrebný statický vztlak a loď sa môže viac vynoriť (čím sa zmenší plocha trupu, ktorá bude brzdená vodou). V praxi sa to dá všimnúť pri malých motorových člnoch, ktoré pri vysokých rýchlostiach viac "letia" po hladine ako plávajú.

Najrýchlejšia loď by teda mala mať dobrý dynamický vztlak (zahrnuté v Crouchovej konštante), nízku hmotnosť a súčasne vysoký výkon (hmotnosť motoru s jeho výkonom súvisí, budeme teda hľadať kompromis).

Pre ponorky Pri ponorenej ponorky sa budeme snažiť minimalizovať súčiniteľ odporu C_D . Po krátkom hľadaní nájdeme v tabuľkách tvar podobný dažďovej kvapke, ktorý má $C_D = 0,04$. Pri pohľade na moderné vojenské ponorky si môžeme všimnúť, že majú skutočne tvar predĺženej dažďovej kvapky. Týmto sme optimalizovali tvar ponorky, druhým dôležitým faktorom je veľkosť. Budeme sa snažiť minimalizovať účinnú plochu ponorky na čo najmenšiu. Tretím dôležitým faktorom je výkon, čím vyšší výkon bude ponorka mať, tým rýchlejšie pôjde (tu opäť budeme musieť hľadať vhodný kompromis, nakoľko výkon motora súvisí aj s jeho veľkosťou).

Konkrétne odhady maximálnych rýchlostí

Pretekárska loď Vyberieme si vhodný tvar trupu lode (napríklad sea sled) a budeme uvažovať hodnotu Crouchovej konštanty $C = 230$. Môžeme predpokladať, že hmotnosť trupu lode s rastúcim jedným rozmerom bude rásť lineárne, čo pri zachovaní tvaru (raste do všetkých 3 rozmerov) bude dávať kubickú závislosť hmotnosti. Takže dáva zmysel zvoliť čo najmenšiu, jednomiestnu loď. Loď musí niekto riadiť, uvažujme že to bude človek s hmotnosťou 80 kg. Dôležitým faktorom bude výber motoru, budeme hľadať ten najlepší v pomere výkon/hmotnosť. Samozrejme, navrhnutá loď bude musieť mať vhodný vztlak, aby potrebné komponenty udržala.

Pre jednoduchosť výpočtov uvažujme, že má trup lode tvar kvádra (na ktorý sa sea sled s menšími rozdielmi skutočne podobá), ďalej predpokladajme, že plášť lode bude hrubý 0,5 cm, a že bude z nejakého ľahkého a odolného materiálu, napríklad hliníka. Pôvodné rozmery sea sledu sú: dĺžka 838 cm, šírka 274 cm a hĺbka ponorenej časti 30 cm (celkovú výšku trupu zvolíme 50 cm), čo dáva objem ponorenej časti na hodnotu $6,9 \text{ m}^3$. Keďže sea sled nemá presne tvar kvádra, odhadneme, že ponorený objem skutočného tvaru lode bude 60% z tejto hodnoty, čiže $V_p = 4,1 \text{ m}^3$. V pokoji sa bude musieť tiažová sila vyrovnáť vztlakovej, čím určíme maximálnu hmotnosť lode m_{\max} , čo dáva:

$$m_{\max}g = F_g = F_{vz} = V_p \rho g .$$

Kde hustotu vody budeme uvažovať $\rho = 1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ a rovnicu predelíme tiažovým zrýchlením g . Po dosadení dostaneme: $m_{\max} = 4100 \text{ kg}$.

Odhadnime teraz hmotnosť plášťa lode, ktorý bude hrubý 0,5 cm. Najskôr spočítame jeho objem, a to tak, že od objemu kvádra s rozmermi uvedenými v predchádzajúcom odstavci odrátame kváder s rozmermi o hrúbku plášťa menšími (teda 837 cm na dĺžku, 273 cm na šírku a 49,5 cm na výšku). Objem plášťa teda bude $V_{pl} = 0,17 \text{ m}^3$. Hustota hliníka je $\rho_{Al} = 2700 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. To predstavuje hmotnosť $m_{Al} = \rho_{Al}V_{pl} = 460 \text{ kg}$.

Trup lode bude treba ale nejak vystužiť, rovnako bude treba pridať nejakú batériu na štartovanie, elektroniku, ovládanie, palivovú nádrž a ďalšie pomocné systémy. Uvažujme teda, že všetky tieto veci spolu nebudú vážiť viac ako 1 000 kg.

Na záver už len stačí vybrať vhodný motor. Perfektným kandidátom je privesný motor s výkonom takmer 450 kW a hmotnosťou 570 kg. Po odrátaní hmotnosti človeka, trupu a ostatných systémov zistíme, že loď môžeme ešte zaťažiť hmotnosťou 2 500 kg, čo predstavuje 4 takéto motory s celkovým výkonom 1 800 kW, ktoré budú spolu vážiť 2 280 kg.

Už vieme všetko potrebné na odhadnutie maximálnej rýchlosti. Celková hmotnosť lode bude $3 820 \text{ kg} = 8 420 \text{ lb}$ a jej výkon bude $1 800 \text{ kW} = 2 400 \text{ hp}$. Po dosadení do Crouchovo vzťahu dostaneme: $v_{\max} = 123 \text{ mph} = 200 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$. Tento rýchlostný rekord sa skutočne podarilo dosiahnuť Garovi Woodovi v roku 1932. Absolútny rekord rýchlosti na vode aktuálne drží Ken Warby, ktorý dosiahol rýchlosť takmer $560 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ na lodi s prúdovým pohonom (nutné podotknúť, že úmrtnosť pilotov vysokorýchlostných lodí pri snahe prekonať tento rekord činí asi 60 %).

Pretekárska ponorka V tomto prípade bude dôležitý priemer najširšej časti ponorky, ktorý musíme zvoliť tak aby sa do nej zmestil človek. Uvažujme že priemerná výška človeka je 180 cm a že človek bude pri riadení ponorky sedieť. V takomto prípade by najväčší rozmer ponorky mohol byť 2 m, čo by malo postačovať na pohodlné usadenie človeka do prostrednej časti (približná dĺžka potom bude 6 m).

Ako pohon ponorky je výhodné použiť elektromotor s dostatočnou zásobou batérií, keďže nemá prístup na vzduch. Komerčne sa dá zohnať motor na jednosmerný prúd s výkonom od 20 kW do 2 000 kW. Výrobca udáva rozmery takéhoto motora na max. 60 cm, čo nám vyhovuje, lebo ho zmestíme do ponorky. Stačí nám už len odhadnúť, koľko batérií potrebujeme a akú energiu do nich vieme uložiť, na základe čoho vyberieme výkon motoru (tak, aby sa ponorka dokázala hýbať dlhšie ako pár minút). Kandidát na batériu má od výrobcu uvedenú kapacitu 1,3 kWh a rozmery $(26 \times 17 \times 23) \text{ cm}$ (objem jednej takejto batérie je cca $10\,200 \text{ cm}^3$).

Odhadnime teraz objem ponorky. Kvapkovitý tvar s priemerom 2 m a dĺžkou 6 m aproximujeme valcom s priemerom 1,5 m a dĺžkou 5 m, čo predstavuje objem približne $8,8 \text{ m}^3$. Predpokladajme, že človek na pohodlné sedenie potrebuje kváder s výškou 2 m a podstavou širokou 60 cm a dlhou 70 cm, čo dá objem $0,84 \text{ m}^3$. Motor má maximálny rozmer 60 cm, jeho maximálny objem môžeme preto aproximovať kockou s touto hranou, ktorej objem je $0,216 \text{ m}^3$. Okrem toho potrebujeme ponorku vybaviť aj nejakými pomocnými systémami (kormidlo, komory na potápanie/vynáranie, podpora života, počítač, chladienie...), uvažujme, že všetky tieto prístroje nezaberú väčší objem ako 2 m^3 . Po odrátaní vyššie uvedených vecí z objemu ponorky, nám zostane objem $5,7 \text{ m}^3$ na batérie, čomu zodpovedá 558 kusov vyššie uvedených batérií. Avšak, nie vždy by sme vedeli batérie do tohto objemu naukladať presne vedľa seba, rovnako ako aj ponorka má zadnú časť pomerne úzku, preto odhadneme, že 20 % z tohto počtu sa do ponorky nezmesťá, čím nám zostane 446 kusov bateriek s celkovou kapacitou cca 580 kWh.

Ďalej uvažujme, že 10 % z uloženej energie spotrebujú pomocné systémy ponorky, teda motor bude môcť využiť 522 kWh. Ak zvolíme výkon motoru na 1 000 kW, tak sa ponorka

bude môcť plaviť polhodinu, čo by malo stačiť na otestovanie jej rýchlostných vlastností. Predpokladajme, že motor má účinnosť 90 %, čiže efektívny výkon bude 900 kW. Účinný prierez spočítame pomocou známeho polomeru nasledovne: $S = \pi d^2/4$, kde d je priemer najširšej časti. Po dosadení $S = 3,14 \text{ m}^2$. Budeme uvažovať testovanie v sladkej vode s hustotou $1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. Už poznáme všetky potrebné údaje na odhadnutie medznej rýchlosti, po dosadení: $v_{\max} = 24,3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} = 87,5 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$. Pre porovnanie rýchlostný rekord ponorky pod vodou drží Sovietska ponorka K-222 s maximálnou dosiahnutou rýchlosťou $83 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$, takže nami aproximovaný popis funguje skutočne dobre.

Pár slov na záver

Je nutné podotknúť, že vyššie odhadované modely lodí sú naozaj len hrubé a orientačné, nakoľko sme neuvažovali viacero faktorov, takže to rozhodne neskúšajte doma overiť experimentálne.

Zdroje

- rozmery pôvodného sea sledu: <https://www.soundingsonline.com/boats/hickman-sea-sled>
- výber prívesného motoru: <https://www.mercurymarine.com/en-gb/europe/engines/outboard/verado/verado-600hp/>
- rýchlostný rekord na vode: https://en.wikipedia.org/wiki/Water_speed_record
- k výberu elektromotoru: <https://www.menzel-motors.com/dc-motors>
- k výberu batérie: <https://lionenergy.com/products/lion-safari-ut-1300>
- najrýchlejšia ponorka: https://en.wikipedia.org/wiki/Underwater_speed_record

Juraj Jánošík

juraj.janosik@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.