

Úloha IV.1 ... planetově závislé jednotky 3 body; průměr 2,09; řešilo 66 studentů

Mnoho jednotek na Zemi je historicky svázáno s vlastnostmi naší planety. Jaké by byly jednotky jako metr, uzel či atmosféra, kdybychom je zavedli stejným způsobem, jako byly původně zavedeny na Zemi, ale přitom bychom bydleli na Marsu? Uveďte jak poměry mezi „zemskými“ a „marťanskými“ jednotkami, tak i jejich vyjádření pomocí jednotek SI.

Karel se zamýšlel nad ne-SI jednotkami.

Metr

První oficiální definice metru pochází z roku 1793 jako jedna desetimiliontina vzdálenosti rovníku a severního pólu. Pokud uvažujeme Mars jako kouli o poloměru $r_M = 3\,386$ km, tak je tato vzdálenost rovna čtvrtině jeho obvodu, přibližně tedy 5 319 km. Desetimiliontina této vzdálenosti činí přibližně polovinu metru. Podle původní definice by byl tedy „marťanský“ metr přibližně poloviční než ten původní „zemský“

$$\frac{l_M}{l_Z} = \frac{R_M}{R_Z} \doteq 0,53.$$

Pro zajímavost, pokud bychom Mars uvažovali jako rotační elipsoid, došli bychom k úplně stejnému výsledku.

Metr byl také definován jako délka závěsu sekundového kyvadla. Toto kyvadlo má periodu dvě sekundy. Vyjdeme-li z učebnicového vztahu pro periodu matematického kyvadla

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

můžeme poměr délek závěsů sekundových kyvadel na Marsu a Zemi vyjádřit jako podíl tabulkových hodnot tíhových zrychlení při jejich povrchu

$$\frac{l_M}{l_Z} = \frac{g_M}{g_Z} \doteq \frac{3,72 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}}{9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}} \doteq 0,38.$$

Podle této definice je „marťanský“ metr ještě kratší, než ten určený z předchozí definice. Předpokládali jsme ale, že délka sekundy na Marsu a na Zemi je stejná. Pokud si ale Marťané (stejně jako lidé) stanoví délku sekundy na

$$1 \text{ s} = \frac{1}{86\,400} \text{ d},$$

pak je tato doba jiná, neboť Mars má rotační periodu $P = 1,026$ d. Po této úvaze definujeme „marťanský“ metr jako

$$l_M = l_Z \frac{g_M}{g_Z} \left(\frac{P_M}{P_Z} \right)^2 \doteq 0,38 \text{ m} \cdot 1,026^2 \doteq 0,40 \text{ m}.$$

Standardní atmosféra

Standardní atmosféra byla definována jako tlak vyvolaný sloupcem rtuti vysokým 760 mm při teplotě 0°C. Poměr velikosti této jednotky na Marsu a Zemi se dá vyjádřit jako

$$\frac{p_M}{p_Z} = \frac{h\rho g_M}{h\rho g_Z} = \frac{g_M}{g_n} \doteq 0,38,$$

kde $g_n = 9,807 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ je standardní tíhové zrychlení pro Zemi, $g_M = 3,725 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ je tabulková hodnota tíhového zrychlení na Marsu, ρ je hustota rtuti a $h = 760 \text{ mm}$ je definicí stanovená výška sloupce. Tedy číselně $p_M \doteq 385 \text{ hPa}$. Opět však narazíme na jisté problémy - při průměrné povrchové teplotě Marsu je rtuť v pevném skupenství, takže její vlastnosti nejsou shodné s vlastnostmi rtuti v pozemském barometru. Otázkou je také, zda bychom neměli ve výpočtu uvažovat i výše uvedenou změnu délky, jelikož milimetr na Zemi a Marsu se podle předchozích úvah liší.

Situaci si však můžeme zjednodušit, pokud budeme atmosféru definovat jako průměrný atmosférický tlak na povrchu. V tomto případě platí

$$p_M \doteq 610 \text{ Pa} = 0,0060 \text{ atm}.$$

Uzel

Definice uzlu byla navržena tak, aby rychlost v uzlech byla rovna počtu obloukových minut zeměpisné šířky, které loď ujela za hodinu při jízdě v poledníkovém směru. Rychlost lodí v uzlech na Zemi a Marsu bude stejná, pokud jejich úhlové rychlosti budou stejné. Pak se ale uražené vzdálenosti za jednotku času budou lišit. Např. loď plující rychlostí deset uzlů za hodinu urazí na Zemi během hodiny přibližně 18,6 km, zatímco loď plující stejnou rychlostí na Marsu urazí za stejný čas pouze asi 9,9 km (v pozemských kilometrech). Poměr rychlostí v $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ lodí se stejnou rychlostí v uzlech na Marsu a Zemi je dán poměrem jejich poloměrů jako

$$\frac{v_M}{v_Z} = \frac{R_M}{R_Z} \doteq 0,53.$$

Na situaci můžeme nahlížet i následovně. Definice uzlu v principu definuje jednotku úhlové rychlosti pohybu po povrchu $\omega_0 = 1' \text{ h}^{-1}$. Pokud bychom uvažovali navíc i změnu rotační periody, můžeme si uvědomit, že letadlo s rychlostí 1 uzel obletí planetu za $t = 360 \cdot 60 \text{ h} = 900P$. Z toho už lehce určíme poměr skutečných rychlostí jako

$$\frac{v_M}{v_Z} = \frac{\frac{2\pi R_M}{900P_M}}{\frac{2\pi R_Z}{900P_Z}} = \frac{R_M P_Z}{R_Z P_M} \doteq 0,52.$$

Josef Trojan
josef.trojan@fykos.cz

Jozef Lipták
liptak.j@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.