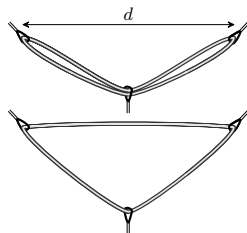


Úloha II.2 ... fixní stanoviště

3 body; průměr 1,33; řešilo 87 studentů

Mějme dvě karabiny ukotvené ve skále ve stejné výšce a ve vzdálenosti d od sebe. Do těchto karabin zacvakneme smyčku celkové délky l . Na ni následně připevníme další karabinu, ze které bychom chtěli slábnit, přičemž budeme působit směrem dolů silou F . Spočítejte napětí ve smyčce a sílu, kterou působíme na karabiny, v případech, kdy je slaňovací karabina zavěšená na jedné resp. na obou částech smyčky. Při které možnosti je lano napínáno menší silou a která možnost je bezpečnější?



Dodo sníl o lezení na skalách.

Úloha je cvičení na rozklad síl. Důležitou roli bude preto mat geometria jednotlivých případov.

Začnime situáciou, keď sú cez zlaňovaciú karabínu vedené oba pramene. Rozložme najprv silu pôsobiacu v zlaňovacej karabíne do smeru slučky. Pre uhol α zovretý medzi slučkou a zvislicou je

$$\sin \alpha = \frac{d/2}{l/4} = \frac{2d}{l}.$$

Napätová sila v slučke má veľkosť danú vzťahom, ktorú odvodíme z

$$F = 2 \cdot 2F_s \cos \alpha = 4F_s \sqrt{1 - \frac{4d^2}{l^2}}$$

a tak je daná vzťahom

$$F_s = \frac{F}{4} \left(1 - \frac{4d^2}{l^2}\right)^{-\frac{1}{2}}.$$

Sila v istiacich karabínach je jednoducho dvojnásobok

$$F_k = \frac{F}{2} \left(1 - \frac{4d^2}{l^2}\right)^{-\frac{1}{2}} = \frac{F}{2} \frac{l}{\sqrt{(l-2d)(l+2d)}}.$$

Situácia v druhom prípade je trochu komplikovanejšia. Dĺžka ramena rovnoramenného trojuholníka vytvoreného slučkou je $\frac{1}{2}(l-d)$, a preto je uhol β medzi slučkou a zvislicou v zlaňovacej karabíne v tomto prípade $\sin \beta = \frac{d/2}{(l-d)/2} = \frac{d}{l-d}$. Napätovú silu v slučke určíme z rovnováhy síl v zlaňovacej karabíne ako v prvom prípade, lenže berieme vo výraze jednu polovicu a nie štvrtinu (cez karabínu ide len jeden prameň)

$$F_s = \frac{F}{2} \frac{1}{\cos \beta} = \frac{F}{2} \left(1 - \frac{d^2}{(l-d)^2}\right)^{-\frac{1}{2}}.$$

Následne musíme zložiť sily v karabíne istenia. Na túto karabínu pôsobia dve napätové sily F_s , ktoré zvierajú uhol $\gamma = \frac{\pi}{2} - \beta$. Ich zložením tak máme

$$F_k = 2F_s \cos \frac{\gamma}{2} = 2F_s \sqrt{\frac{1 + \cos \gamma}{2}} = \frac{F}{\cos \beta} \sqrt{\frac{1 + \sin \beta}{2}} = \frac{F}{\sqrt{2}} (1 - \sin \beta)^{-\frac{1}{2}} = \frac{F}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{l-d}{l-2d}}.$$

Z praktického hľadiska nás pri tradičnom lezení, keď si istenie počas lezenia budujeme, zaujíma hlavne sila pôsobiaca v istiacich bodoch a šité ploché slučky sú v takejto zostave

obvykle najsilnější prvok. Ak si tieto závislosti vykreslíme, ľahko vidíme, že v oboch prípadoch sa situácia stáva nebezpečnou so vzdialenosťou istiacich bodov približujúcou sa polovici dĺžky slučky. To je situácia, keď je slučka v bode zlaňovacej karabíny skoro napriamo. Ďalej vidíme, že v druhom prípade je sila F_k väčšia s faktorom 1,4 – 1,5. V prípade, keď sú cez karabínu vedené dva pramene slučky sú teda pôsobiace sily nižšie. Nevýhodou zakreslenej konfigurácie tohto prípadu je redundancia. Ak na hornom obrázku zlyhá jeden z istiacich bodov, zlyhá sústava celá, zatiaľ čo na spodnom obrázku musia pre úplné zlyhanie zlyhať oba istiace body. Toto sa dá v praxi riešiť iným vedením lana v dvojprameňovom prípade tak, že pri zlyhaní jednej z istiacich karabín sú v slučke stále cvaknuté aj istiaci bod aj zlaňovacia karabína.

Jozef Lipták

liptak.j@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.