Úloha VI.S ... být Sibylou ze Sáby...

10 bodů; (chybí statistiky)

U všech částí této úlohy po vás chceme, abyste hodnoty následujících veličin alespoň řádově odhadli a svoje odhady náležitě zdůvodnili. Pokud byste někde našli správné hodnoty, můžete je uvést pro srovnání, ale samotné nebudou akceptované jako řešení. Hodnotit se bude především dobře popsaný postup.

1. *Jaký nejmenší objem potřebujeme k uchování* 1 GB *opakovaně čitelných informací při použití stávajících technologií?*
2. *Kolik uhlí spotřebuje ročně uhelná elektrárna, pokud má stálý elektrický výkon* 100 MW*?*
3. *Jak velké musí být těleso, aby dokázalo rozbít planetu podobnou Zemi na několik kusů tím, že do ní narazí?*
4. *Kolik energie celkem člověk „spotřebuje" za celý život? Včetně jídla, dopravy a všech dalších vymožeností, které využívá.*
5. *Jak dlouho bychom museli svítit laserem na sirku, aby vzplála?*

Bonus Co nejpřesněji odhadněte průměrný čas odeslání finální verze této úlohy přes webový upload FYKOSu. Řešení zaslaná poštou neuvažujte. Určující čas je dle serveru.

Bonus II Připomínáme, že můžete získat body za korektury zadání a řešení úloh tohoto ročníku. Navíc můžete získat jeden bod za to, když ke svému řešení připojíte zpětnou vazbu k letošnímu seriálu. Přišla vám lepší forma ne-zcela navazujících témat? Chybělo vám něco, co bychom mohli dodatečně doplnit na web? Jaké téma byste chtěli v příštím ročníku?

Karel po účastnících chtěl aby něco odhadli.

Pro dobré hodnocení řešení této úlohy bylo potřeba ukázat logické myšlení a dojít k alespoň trochu rozumnému výsledku. Zdůrazněme, že pokud používáme netriviální tvrzení, pak je potřeba doložit citaci jejich zdroje. Současně jsme významně pozitivně brali, pokud jste zmínili, jaké další faktory jste zanedbali.

Datový objem

Jedna cesta k řešení úlohy je zaměřit fyzikální limity ukládání informací a pak je konfrontovat se současným stavem techniky a praktického využití. Druhou možností je podívat se na stávající sériově vyráběnou techniku, její současné nejlepší datové hustoty a nové chystané technologie.

Pro řádový odhad je převod jednotek zanedbatelným vedlejším detailem. I když pokud si koupíte pevný disk a chtěli byste ho zaplnit celý, tak vás tyto detaily nemusí potěšit. Jde o to jestli je 1 GB (gigabyte) roven $1{,}00\cdot 10^9$ B (bytů), tedy $8{,}00\cdot 10^9$ b (bitů, jednotek informace typu ano/ne). Takto by to mělo být podle stávajících konvencí. Alternativně se někdy používaly jiné převody založené na mocninách dvojky. Pro ty se ale vyhradily jinak značené jednotky, a to 1 KiB = 1 024 B (kibibyte), resp. 1 MiB = 1 024 KiB (mebibyte) a 1 GiB = 1 024 MiB (gibibyte), což by dávalo rozdíl či převod 1 GB $\doteq$ 0,931 GiB. To nás může zajímat v případě, že se snažíme nahrát opravdu přesně 1 GiB informací na disk, ale pro naši úlohu s řádovým odhadem je 7 % zanedbatelných. Počet bitů, který nás bude zajímat, budeme značit $N = 8{,}00 \cdot 10^9$.

Nejprve se můžeme podívat na fyzikální limity a zvážit, jestli je v dnešní době realistické takto uložená data číst. Někteří řešitelé zmiňovali, že se podařilo uložit informaci na jeden atom kobaltu.[1] Pokud by se dařilo takto ukládat informace i v rámci atomu v krystalické mřížce, pak bychom při molárním objemu kobaltu[2] $V_m = 6{,}67 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m^3{\cdot}mol^{-1}}$ a Avogadrově konstantě

[1] https://www.sciencealert.com/scientists-find-new-mechanism-for-storing-data-on-single-atom

[2] https://cs.wikipedia.org/wiki/Kobalt

$N_{\mathrm{A}} = 6{,}022 \cdot 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}$ dostali pro 1 GB dat při 1 bitu na jeden atom objem zhruba $V_1 = NV_m/N_{\mathrm{A}} \approx 1 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{m^3}$. Ovšem to je z hlediska techniky nerealistické, protože bychom museli umět číst data z celého objemu krystalu. Realističtější by bylo, kdybychom tvrdili, že to zvládneme z povrchu, který by byl nanesený na nějakém nosiči. Ale nosič bude pravděpodobně tvořit řádově větší objem. Měl by být tak tlustý, aby šlo data snadno fyzicky přenášet z místa na místo. Na obrázku u citovaného dokumentu ze Science Alert je vidět, že atomy od sebe byly na ploše netriviálně vzdálené (nešlo hned o sousední atomy), což je dalším důvodem si myslet, že zápis do celé krystalické mřížky je příliš optimistický.

Kdybychom chtěli být ještě optimističtější, mohli bychom uvažovat, že bychom dokázali zapsat jeden bit na každý elektron každého atomu. Tím pádem bychom hypoteticky potřebovali ještě o něco menší objem. Kdybychom dokonce dokázali manipulovat se stavy atomového jádra, mohli bychom získat ještě další prostor pro uchovávání informací. Z dnešního poznání světa jsou to spíše sci-fi úvahy.

Druhým přístupem je podívat se na techniku, která se v dnešní době prodává a zaměřit se na to, jakou hustotu dat na fyzický objem dané nosiče nabízejí. SD karty existují ve třech velikostech – standardní SD, miniSD a microSD.[3] Protože chceme co nejvyšší koncentraci dat, zaměříme se na objemově nejmenší z nich (microSD). Budeme uvažovat, že jde o kvádr s rozměry $a = 15\,\mathrm{mm}$, $b = 11\,\mathrm{mm}$ a $c = 1{,}2\,\mathrm{mm}$.[4] Objem vychází řádově na $V_2' = abc \approx 2 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{m^3}$. Největší kapacitu má v současnosti $N_2 = 2\,\mathrm{TB}$. Na 1 GB připadá objem $V_2 = V_2' N/N_2 \approx 1 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{m^3}$. Pokud bychom brali pevné disky s pohyblivým diskem (HDD) za jeden celek, pak největší paměti, které dosahují, jsou 16 TB, ale mají přitom řádově větší objem než microSD karty.[5] SSD paměti jsou o něco lepší než HDD, ale ne víc než o řád. V současnosti mají nejvyšší kapacitu 100 TB při velikosti odpovídající 3,5” HDD diskům.[6] Flash paměti (USB klíče) jsou na tom s kapacitou podobně jako microSD, ale při významně větších rozměrech zařízení. MicroSD tím pádem vychází ze všech běžně používaných pamětí jednoznačně nejlépe.

Podobný přístup, který řešitelé používali docela často, byl zjistit, jak mohou být v dnešní době nejmenší tranzistory vyrobené průmyslově. V současnosti probíhá vývoj $d_3 = 3\,\mathrm{nm}$ technologie,[7] která by se dala asi nejlépe označit za současný technický limit. Plánují se sice ještě menší, ale současně ani 3 nm technologie není zatím sériově zavedená. Plocha jednoho bitu je zhruba $S_3' = d_3^2 = 9 \cdot 10^{-18}\,\mathrm{m^2}$. Pokud uložíme 1 GB a bity by byly hned vedle sebe, pak dostáváme plochu $S_3 = NS_3' \doteq 7 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{m^2}$. Je otázkou, jaké tloušťky procesoru je možné dosáhnout. Ale protože potřebujeme nějak rozumně snadno destičku přenášet bez zlomení, půjde nejspíše o řád milimetrů či o něco menší. Skutečně, tloušťky waferů,[8] ze kterých se vyrábí procesory, jsou v řádech desetin milimetru. Celkový objem by pak na základě tohoto odhadu mohl být zhruba $V_3 \approx 1 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m^3}$. Tím jsme dostali jen o řád lepší odhad než u microSD disků, kde jsme uvažovali zařízení i s obalem. Nezapomeňme, že jsme tiše předpokládali, že data lze ukládat trvale, což je ale u tranzistorů možné pouze za neustálého připojení k elektrickému napětí. To není tak praktické jako u SD disků, kde to nepotřebujeme.

Podívejme se na zcela sci-fi přístup, alespoň z dnešního pohledu. To je umístění informace do černé díry, respektive na její povrch. Zatím se ale ani jistě neví, jestli černé díry informaci „smažou“, nebo pouze zůstane ukrytá na jejich povrchu. Pokud by se informace na jejich po-

[3] Například `https://www.ruggedinformer.com/how-to-choose-the-right-sd-card/`
[4] `https://en.wikipedia.org/wiki/SD_card#Physical_size`
[5] `https://en.wikipedia.org/wiki/Hard_disk_drive`
[6] `https://1url.cz/@fykosdrive`
[7] `https://en.wikipedia.org/wiki/3_nm_process`
[8] `https://en.wikipedia.org/wiki/Wafer_(electronics)`

vrchu ukládala, pak by téměř jistě šlo o nejvyšší dosažitelnou informační hustotu. Ovšem pak nemá smysl ptát se na objem, ale na rozdíl povrchů černé díry. Tedy jak se zvětší, když se na ni informace „nahraje“. Více si můžete o problému informací a černých děrách přečíst například na Wikipedii.[9]

Někteří řešitelé zmiňovali možnost zápisu informace do DNA.[10], což je jistě zajímavá technika. Využívají ji všechny živé organizmy i viry.[11] V tomto případě dostáváme ani ne objemovou či plošnou, ale spíše délkovou hodnotu, protože DNA je dvojšroubovice.[12] Jednu část molekuly, která kóduje informaci, tedy dvojici nukleotidů, můžeme pro jednoduchost považovat za 2 bity (4 možnosti). V DNA jsou totiž k dispozici 4 druhy nukleotidů – adenin (A), guanin (G), cytosin (C) a thymin (T). Jedna dvojice odpovídá stoupání o desetiny nanometrů v závislosti na typu DNA. Uvažme například B-DNA se stoupáním $h_4 = 0{,}33\,\mathrm{nm}$ na základní pár. To odpovídá zhruba $h = Nh_4/2 \doteq 1{,}3\,\mathrm{m}$ délky na uschování 1 GB informace. Pokud by nás zajímal objem samotné DNA při průměru $d_4 = 2{,}0\,\mathrm{nm}$ a předpokladu, že ji můžeme aproximovat za válec, dostáváme úžasných $V_4 \approx \pi d_4^2 h/4 = \pi d_4^2 N h_4/8 \doteq 4 \cdot 10^{-18}\,\mathrm{m^3}$. Toto je ale objem značně nepraktického tvaru, který bychom potřebovali uskladnit ve svinutém stavu, například v nádobě tvaru kvádru. Pokud bychom ale přímo stočili molekuly na tento objem, pak by se nám překrývaly okraje molekuly. Tím pádem by molekula nemohla „fungovat“. Musíme nechat větší mezery mezi atomy, aby se nenavázaly molekulární vazby jinde a molekula se stala nečitelnou. Navíc DNA nemůžeme nechat jen tak na vzduchu, aby se nepoškodila, ale měla by být v roztoku. Kdyby se nám ale podařilo takto objem minimalizovat, aby zůstal ve stejném řádu, pak bychom se opět dostali ke stejnému problému jako u jader kobaltu. Tam jsme zmiňovali, že když informaci napěchujeme do objemu, tak ji nedokážeme efektivně přečíst. Takže i u DNA je pak minimální prakticky použitelný objem přenosového média řádově větší. Pokud bychom ignorovali problém se čtením, pak bychom očekávali objem řádu $10^{-16}\,\mathrm{m^3}$.

Závěrem považujeme za nejrozumnější odhad objemu $1 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m^3}$ u microSD disků, alespoň co se týče zadání této úlohy. Jde totiž o již sériově vyráběný výrobek a odpovídá tak jistě současným technickým možnostem. Technika se ale bude jistě stále dále o něco vylepšovat. Alespoň než narazí na zmiňované fyzikální limity.

Uhelná elektrárna

Zadání této úlohy bylo velice jednoduché, protože jsme se omezili na uhelnou elektrárnu, která má stálý elektrický výkon $P = 100\,\mathrm{MW}$. Respektive by se mohlo například jednat o elektrárnu, která má dvojnásobný výkon, ale průměrně je polovinu času vypnutá.

Co jsme chtěli určitě uvážit, je výhřevnost uhlí a účinnost elektrárny. Výhřevnost uhlí se liší významně pro hnědé a černé uhlí. Znatelné rozdíly jsou i mezi ložisky a na základě kvality konkrétní dodávky. Na základě zdroje,[13] kde vidíme, že se výhřevnost hnědého uhlí (HU) pohybuje od $10\,\mathrm{MJ{\cdot}kg^{-1}}$ až k $17\,\mathrm{MJ{\cdot}kg^{-1}}$ a černého (ČU) od $16\,\mathrm{MJ{\cdot}kg^{-1}}$ po $29\,\mathrm{MJ{\cdot}kg^{-1}}$, vezměme pro naše účely hodnotu $H = 15\,\mathrm{MJ{\cdot}kg^{-1}}$, která odpovídá kvalitnějšímu hnědému či nekvalitnímu prachovému černému s ještě nějakými příměsemi. V ČR se pravděpodobně v elektrárnách spálí spíš více toho hnědého s nižší výhřevností, ale budeme brát tento „střed“.

[9] `https://en.wikipedia.org/wiki/Black_hole_information_paradox`

[10] Mohli bychom zapisovat i do RNA, ale dále budeme mluvit pouze o DNA. RNA je do jisté míry velice podobný systém ukládání genetické informace a řádově bychom dostali stejný výsledek.

[11] Viry spíše nejsou pokládané za živé. Ale jsou různé pohledy na tuto problematiku.

[12] `https://en.wikipedia.org/wiki/Nucleic_acid_double_helix`

[13] `https://vytapeni.tzb-info.cz/tabulky-a-vypocty/11-vyhrevnosti-paliv`

Účinnost může být trochu složitější na odhad. Rozhodně stále platí, že jsme omezení účinností Carnotova cyklu při převodu tepla na kinetickou energii, k čemuž dochází v turbínách elektrárny. Ta závisí jenom na teplotách ohřáté páry a chladiče. Ty ale, bez znalosti konstrukce elektrárny, může být těžké odhadnout. Další problém je pak účinnost převodu pohybu turbín na elektrickou energii. Je zde sice už obvykle nižší ztráta než první zmíněná, ale ekonomicky je také důležitá. V článku na webu POWER[14] se dočteme, že účinnosti těch nejlepších elektráren se dostávají zhruba k 47 %, běžněji pak kolem 40 %. Vezměme tedy pro náš odhad hodnotu $\eta = 40\,\%$. Spotřebu uhlí za $t = 1\,\mathrm{rok}$ pak můžeme určit jako

$$M = \frac{Pt}{\eta H} \approx 5 \cdot 10^8\,\mathrm{kg}\,.$$

Podle našeho odhadu by myšlená elektrárna se stálým výkonem 100 MW měla ročně spotřebovat zhruba 500 000 tun uhlí.

Podívejme se pro srovnání na příklad reálné elektrárny v ČR – Ledvice.[15] Na webu ČEZ je dokonce možné virtuálně si ji projít a nalézt informace, které nás pro srovnání budou zajímat.[16] Kotel 660 MW bloku je největší elektrárenský kotel v ČR. Tento blok se nevyužívá pouze na výrobu elektrické energie, ale také pro distribuci tepla. Při výhřevnosti $H_\mathrm{L} = 11{,}5\,\mathrm{GJ{\cdot}t^{-1}} = 11{,}5\,\mathrm{MJ{\cdot}kg^{-1}}$ zde mlýny zpracovávají $m_\mathrm{L1} = 442\,\mathrm{t{\cdot}h^{-1}}$ uhlí. Tím můžeme odhadnout elektrickou účinnost bloku jako

$$\eta_\mathrm{L} = \frac{P}{H_\mathrm{L} m_\mathrm{L1}} \doteq 47\,\%\,,$$

jedná se tedy o účinnou moderní elektrárnu. Dále na jejich webu můžeme nalézt informaci, že 70 000 tun uhlí vystačí zhruba na týden provozu. To by odpovídalo spotřebě přibližně 3 700 000 tun za rok. Což odpovídá spotřebě uhlí 560 000 tun ročně odpovídajícím 100 MW jejího výkonu. Náš odhad, v němž jsme uvažovali, že elektrárna běží bez přestávek, nám poskytl výsledek, který přibližně odpovídá spotřebě jedné reálné elektrárny.

Destrukce planety

Jak někteří řešitelé správně poznamenali, jednalo se o úlohu podobnou problémové úloze z první série tohoto ročníku – ničitel planet.[17] Nebyla ovšem formulována stejně a zadání se dalo interpretovat jinak. Jedna z interpretací, které se nabízely, bylo vytvořit praskliny napříč celou planetou. Je pravdou, že toho lze docílit pouze u planety v pevném skupenství. Reálná Země má tekuté jádro, ale pokud Země bude existovat dostatečně dlouho a nebude zničena nějakým katastrofickým scénářem, pak bude jednou i její jádro pevné. Alespoň částečně jsme akceptovali i jiné zajímavé návrhy, jak docílit takového výsledku – například velice silnou tektonickou činnost. Ale vždy záviselo na tom, jak byl postup propracovaný.

Nejdříve vyjdeme z interpretace „ničitele planet“ a budeme předpokládat, že všechna kinetická energie projektilu (dopadajícího asteroidu či spíše, jak zjistíme, planety) přejde do naší destruované planety. Při úvaze, že chceme transportovat kousky planety do nekonečné vzdálenosti, aby se nám už nenavrátily, ale v nekonečnu jim stačí nulová hybnost, můžeme převzít vzorec pro potřebnou energii bomby

$$E_\mathrm{b} = \frac{3}{5}\frac{GM^2}{R}\,,$$

[14] `https://www.powermag.com/who-has-the-worlds-most-efficient-coal-power-plant-fleet/`
[15] `https://cs.wikipedia.org/wiki/Elektrárna_Ledvice`
[16] `http://virtualniprohlidky.cez.cz/cez-ledvice/`
[17] `https://fykos.cz/_media/rocnik33/ulohy/pdf/uloha33_1_p.pdf`

kde G je gravitační konstanta, M je hmotnost planety a R je její poloměr. Pokud bychom chtěli volně pustit na ničenou planetu jiné těleso z nekonečné vzdálenosti, aby mělo dostatečnou energii vůči této planetě, pak by muselo mít hmotnost řádově srovnatelnou s ničenou planetou. Takže by muselo jít de facto o druhou planetu. Nikde jsme ale nelimitovali hmotnost, ale ani rychlost planety. Takže bychom mohli poslat daleko lehčí těleso, ale vysokou rychlostí.

Podívejme se ale na variantu, která nám opravdu dá spodní odhad minimální energie pro rozbití křehké planety, která je celá v pevném skupenství. Naše úvahy budou směřovat na porušení jednotlivých vazeb v krystalické mřížce. Vazebné energie dvou sousedních atomů v krystalu jsou typicky řádu elektronvoltů.[18] U iontových vazeb jde např. o 5 eV. Pokud by byla látka držena pouze Van der Waalsovými silami, pak bychom byli o dva řády níže. U kovové vazby může jít o 0,7 eV na atom. Předpokládejme, že typická „síla“ vazby, resp. vazebná energie, bude $E_1 = 1\,\mathrm{eV}$. Typická vzdálenost sousedních atomů je v pevných látkách v řádu jednotek angstromů, tedy desetin nanometru. Vezměme tedy řádově $d = 1 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{m}$. Pokud bychom chtěli přetnout planetu v hlavní rovině (rovinou procházející středem), pak potřebujeme energii

$$E = NE_1 \doteq \frac{S}{d^2}E_1 = \frac{\pi R^2}{d^2}E_1 \doteq 2 \cdot 10^{15}\,\mathrm{J} = 2\,\mathrm{PJ}\,.$$

Energie na tento způsob rozbití planety by byla v řádu petajoulů. Odhad je podhodnocený tím, že jsme chtěli planetu rozbít na více částí.[19] Přes všechny uvedené nepřesnosti bychom mohli říci, že jde o spodní odhad zcela minimální energie potřebné k rozlámání planety na pár dílů. Pojďme se podívat na to, co to znamená pro velikost a rychlost dopadajícího tělesa. Pokud bychom se omezili na „nízké“ rychlosti, které může těleso nabýt ve Sluneční soustavě přirozeně (například $20\,\mathrm{km{\cdot}s^{-1}}$), pak by hmotnost dopadajícího tělesa měla být přibližně deset tisíc tun. To odpovídá tělesům o průměru asi 20 m. Znovu připomeňme, že odhad je ale jen minimální energie na přerušení vazeb! Těleso, které způsobilo vyhubení dinosaurů, ale přitom Zemi nezlikvidovalo, bylo velké asi 10 km, tedy o 3 řády rozměrnější. Navíc by zde nastal problém v atmosféře, která by dopad zbrzdila a energie dopadajícího tělesa by se „neúčelně“ přeměnila do vnitřní energie atmosféry a nevyužila by se na „lámání planety“. Také negativní roli hraje nenulový objem dopadajícího tělesa, kde po dopadu půjde energie do většího objemu planety a ne pouze do námi požadované jedné praskliny, či několika málo prasklin. Trochu bychom se mohli požadovanému výsledku přiblížit tím, že bychom „házeli“ enormně velkou „žiletku“ na planetu bez atmosféry. Ale i tak bychom potřebovali reálně o několik řádů vyšší energii. Prostě, jako obvykle u úloh se sci-fi zadáním, může řešením opět být sci-fi postup, pokud je dobře okomentovaný.

Poznamenejme, že bychom neměli zapomenout na zákon zachování hybnosti. Ten bude hrát roli u těles se srovnatelnou a vyšší hmotností vzhledem k hmotnosti planety. Celá soustava se totiž bude pohybovat dále a nedojde k předání celé energie. Pokud ale vychází hmotnost tělesa, které na planetu dopadá, řádově nižší, je tento efekt zanedbatelný.

[18] `http://www.ped.muni.cz/wphy/fyzvla/`

[19] Možná až paradoxně můžeme ale zmínit, že jsme něco i nadhodnotili. Požadavek rozbití všech vazeb „v plné síle“ je nadnesený, protože u deformačních testů se ukazuje, že díky příměsím a nepravidelnostem v krystalech je možné je rozbít řádově nižšími silami, než bychom odhadovali na základě vypočteného odhadu dokonale čistého krystalu. Prakticky v takových deformačních zkouškách nemusíme uvažovat posun těžiště dvou částí krystalu vůči sobě, což by se u lámané planety zanedbávat zase nemělo.

Energie lidského života

Klíčem k řešení této úlohy je odhadnout spotřebu člověka prostřednictvím jídla a pak k tomu přičíst další aktivity, které jsou energeticky náročné. Přičemž druhou část můžeme poskládat z různých částí lidského života a lidských aktivit, nebo pohodlně využít absolutní odhad celosvětové spotřeby energie, který nalezneme například na Wikipedii.[20] V tomto odhadu je započtena spotřeba primárních energetických zdrojů – ropa, uhlí, zemní plyn, jaderná a s jistou mírou přesnosti i obnovitelné zdroje. Musíme mít stále na paměti, že i když jde o odhad, který by měl být relativně komplexní, tak jde stále jenom o přibližný odhad. V roce 2017 se zde mluví o celosvětové spotřebě primárních zdrojů ve výši $E_\mathrm{W} = 162\,\mathrm{PWh}$. V tento rok bylo na Zemi zhruba 7 550 milionů obyvatel.[21] To dává 20 MWh na osobu a rok. Předpokládaná délka dožití v dnešní době je zhruba 73 let.[22] Průměrně, za předpokladu stávající spotřeby[23] dostáváme, že člověk spotřebuje 1,6 GWh, čili 6 TJ za život v energiích mimo jídlo.[24]

Na odhad spotřeby z jídla musíme vyjít z energetické hodnoty, kterou tělu poskytne. Mohli bychom odhadnout jakousi účinnost biochemických procesů. Ale v rámci našeho odhadu se spokojíme s tím, že by šlo o komplikovanou záležitost.[25] Co se týče denní spotřeby jednotlivce, můžeme zkusit věřit Wiki skriptům,[26] které tvrdí, že pro dospělého je doporučený příjem od 10 MJ do 12 MJ. V dětství je to sice menší množství a i ve stáří bude pravděpodobně mírně odlišné. Vezměme proto tedy řádový odhad 10 MJ denní spotřeby energie z jídla pro spotřebu průměrné osoby.[27] Po 73 letech života docházíme k číslu řádově 0,27 TJ. Podle tohoto odhadu průměrný člověk spotřebuje ve stravě zhruba dvacetinu energie, kterou spotřebovává jinými způsoby. V rámci přesnosti našeho odhadu by se tedy dalo říci, že jde prakticky o zanedbatelnou položku. Byť tuto část spotřeby energie pro celkovou bilanci nakonec zanedbáváme, tak je důležité tento odhad provést. Bez něj bychom nevěděli, že je zanedbání oprávněné.

Alternativní přístup pro odhad lidské spotřeby jídla může vyjít z tepelného výkonu člověka (či bazálního metabolismu). Nejčastěji se tvrdí, že obvykle má člověk tepelný výkon $P \approx 100\,\mathrm{W}$, jak můžete najít třeba i na webu.[28] Podle tohoto odhadu nám vyjde 0,23 TJ jako celoživotní energetický tepelný výdej. Čistě tepelný výkon člověka není všechna energie, kterou člověk spotřebuje. Nějakou přemění i na užitečnou práci, byť půjde spíše o její menší podíl. Oba odhady jsou tedy ve velice dobrém souladu.

K odhadu spotřeby v životě šlo také zkusit odhadnout všechno možné, co dělá, např. průměrný středoevropan. Je toho ovšem hodně a je tu riziko zanedbání velkého množství energie. Měli bychom uvážit všechny energie, které spotřebujeme v domácnosti. Nesmíme zapomenout

[20] `https://en.wikipedia.org/wiki/World_energy_consumption`

[21] `https://www.worldometers.info/world-population/`

[22] `https://www.worldometers.info/demographics/life-expectancy/`

[23] Energetická spotřeba ovšem v průběhu posledních desítek let rostla. Prodlužovala se i délka dožití jedince. Stoupal i počet lidí žijících na Zemi. Pokud bychom chtěli určit průměrnou hodnotu spotřeby jednoho jedince, tak bychom měli brát spíše průměry za každý rok. Ale pak by bylo také důležité, k jakému roku narození budeme takového jedince vztahovat. Opět vzhledem k tomu, že jde o řádový odhad, tak si dovolíme všechny údaje vztáhnout zhruba na jeden konkrétní rok.

[24] Další nedokonalostí je, že běžný obyvatel z rozvojového státu jako je Súdán spotřebuje pravděpodobně řádově méně energie než někdo například z České republiky a ten spotřebuje zase méně než průměrný obyvatel Kataru. Vizte např. `https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_countries_by_energy_consumption_per_capita`.

[25] Navíc strávenou potravu vyloučíme a nějací další živočichové ji mohou opět částečně využít. Ve střevech máme bakterie, které žijí z toho, co od nás dostanou. Ale zase nám pomáhají trávit. Vůbec pak není jednoduchá otázka, co je energie přímo pro člověka.

[26] `https://www.wikiskripta.eu/w/Doporučený_Příjem_Živin`

[27] Samozřejmě, že na světě jsou i lidé, co trpí podvýživou, nebo jsou naopak morbidně obézní a sní i řádově více. Ale berme hodnoty, které budou reprezentovat idealizovaného průměrného člověka.

[28] `https://vetrani.tzb-info.cz/vnitrni-prostredi/404-tepelna-pohoda-a-nepohoda`

ani na práci (a školu) či další veřejné prostory. Dále jde i o energii, kterou spotřebují továrny při výrobě předmětů, které denně využíváme. Velké množství energie spotřebujeme různými transportními prostředky, pokud tedy zrovna nejsme v karanténě.

Náš nejlepší odhad tedy je, že dle dnešní situace průměrný člověk spotřebuje za svůj život přibližně 6 TJ energie. Přičemž raději nebudeme ani uvažovat nad směrodatnou odchylkou, která by určitě vyšla enormní.[29] Otázkou také je, jestli do toho nezakomponovat nějak i stravu zvířat, kterou nakonec zkonzumuje člověk. Ale pak by se musela zase z energetického příjmu vyjmout část s masitou stravou, abychom ji nezapočítali dvakrát. Dalších detailů, kterými bychom mohli náš odhad zlepšovat, je mnoho, ale bylo by to hodně práce s pravděpodobně malou přidanou hodnotou v určení přesnosti odhadu.

Laserové vzplanutí

Pro jednoduchý odhad jde o kombinaci odhadu hmotnosti části sirky, která se zahřívá, a její měrné tepelné kapacity, čímž odhadneme potřebnou minimální energii pro vzplanutí. Na základě toho, za jakou dobu můžeme laserem dodat dostatečnou energii, lze usoudit, jestli je tento odhad realistický kvůli disipaci energie. Pokud nám totiž například vyjde 10 h, pak pravděpodobně sirku ani znatelně nezahříváme a nezapálíme ji ani do Vánoc. A to ať začneme v libovolnou roční dobu. Pokud nám vyjde 1 μs, pak je naopak značně pravděpodobné, že sirku zapálíme, byť to ve skutečnosti může trvat časově o řád déle. Působí to sice jako trochu začarovaný kruh, ale tím fixováním výkonu laseru na počátku postupu se tento způsob řešení stává použitelný.

Pro kompletní řešení bychom museli totiž uvážit kromě výkonu laseru i jeho spektrální složení a absorpční spektrum hlavičky sirky. Dále bychom za zjednodušeného předpokladu konstantního paprsku laseru začali řešit, jak bude absorbovat teplo. Část záření by se rovnou od hlavičky odrážela. Část by se začala rozptylovat třemi způsoby šíření tepla – vedením, zářením a prouděním. Pro správný popis vedení tepla bychom měli znát tepelně vodivostní charakteristiky hlavičky i dřeva sirky. Dále bychom pro popis záření měli znát emisní spektrum povrchu sirky (pokud není stejné jako absorpční). Proudění bychom snad mohli zanedbat, ale v nejbližším okolí sirky by mohlo hrát také roli. Výsledný čas bychom určili jako interval od počátku svícení laserem do chvíle, kdy rozumně velká část hlavičky dosáhne teploty vznícení.

Zkusme tedy odhadnout, jaký je minimální čas potřebný pro zapálení pro výkon laseru, u kterého víme, že může sirku zapálit. Na internetu naleznete spoustu videí,[30] která ukazují, jak lasery něco zapalují. Předně bychom chtěli zdůraznit, že v případě, že byste chtěli podobný experiment zopakovat, sežeňte si nejdříve ochranné brýle, které absorbují danou vlnovou délku. Přímý zásah z podobně výkonného laseru snadno způsobí okamžité oslepnutí. Dále nesviťte na žádný povrch, od kterého by se mohl paprsek efektivně odrážet do okolí, protože i odraz může být podobně nebezpečný. Ve videu vidíme laser s výkonem $P = 1{,}0\,\mathrm{W}$. Pokud předpokládáme, že hlavička sirky zachytí všechnu energii, pak platí pro předané teplo $Q = Pt$, kde t je čas.

Otázkou je samotná teplota vznícení sirky (či zápalky). Současné „bezpečnostní zápalky“ se vyrábějí tak, že v hlavičce sirky je chlorečnan draselný a v škrtátku je fosfor.[31] Když škrtneme,

[29] Poznamenejme, že v rámci takovýchto přesností nedává smysl rozlišovat rozdíly například mezi muži a ženami. I když je zde samozřejmě hodně faktorů, co se nějakým způsobem liší – ženy žijí déle, mužů se rodí obvykle o něco více, muži častěji žijí „agresivnější“ či „riskantním“ způsobem. Navíc by rozpočítání průmyslu mezi ženy a muže bylo dost složité a záviselo by na interpretaci toho, „za co kdo může“. Mělo by se to také počítat podle věku, protože se s věkem spotřeba jedince liší. Také by se pro přesnější číslo mělo uvažovat, jak se spotřeba lidstva mění rok od roku.

[30] Příkladem může být `https://youtu.be/-ZL69FhIJp4`

[31] `https://en.wikipedia.org/wiki/Match`

tak se malé množství fosforu dostane mezi chlorečnan draselný a tím se vytvoří Armstrongova směs,[32] která se snadno zapálí díky tření. Ovšem nás zajímají zápalné vlastnosti sirky bez škrtání. Podle publikace *Požárně technické charakteristiky a technické informace pro potřeby ZPP*[33] je teplota vznícení bezpečnostní zápalky vyšší než 175 °C, resp. 180 °C až 200 °C. Berme tedy teplotu vznícení zhruba 190 °C, respektive zhruba $\Delta T = 170\,\mathrm{K}$ vyšší než je běžná pokojová teplota.

Pro další výpočty si zjednodušíme sirku na model její hlavičky. Budeme ji považovat za kouli o poloměru $r = 1\,\mathrm{mm}$. Jde o mírně podhodnocenou hodnotu reálného objemu, ale není potřeba prohřát laserem celou hlavičku. Předpokládáme tedy, že odhad bude lepší, když vezmeme spíše o něco menší hodnotu. Protože je hlavička složena zejména ze směsi, jejíž hlavní složkou je chlorečnan draselný, a dřeva pod ní, podívejme se na tepelné kapacity a hustoty těchto látek. Pro chlorečnan můžeme najít[34] hodnotu $820\,\mathrm{J{\cdot}kg^{-1}{\cdot}K^{-1}}$ (po převodu z $\mathrm{J{\cdot}mol^{-1}{\cdot}K^{-1}}$) a hustotu $2\,320\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$. Pokud bychom si zavedli objemovou teplotní kapacitu, pak by měla hodnotu $c_{v1} \doteq 1{,}9\,\mathrm{MJ{\cdot}m^{-3}{\cdot}K^{-1}}$. Pro dřevo nalézáme[35] hodnoty od $1\,380\,\mathrm{J{\cdot}kg^{-1}{\cdot}K^{-1}}$ po $2\,510\,\mathrm{J{\cdot}kg^{-1}{\cdot}K^{-1}}$ a pro hustoty od $200\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$ do $1\,200\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$. Pro kombinace zde uvedených různých dřevních hmot nám vychází hodnota od $0{,}3\,\mathrm{MJ{\cdot}m^{-3}{\cdot}K^{-1}}$ po $1{,}9\,\mathrm{MJ{\cdot}m^{-3}{\cdot}K^{-1}}$. Přestože je hodnota u použitého dřeva pravděpodobně nižší, vezměme hodnotu $c_V = 1{,}9\,\mathrm{MJ{\cdot}m^{-3}{\cdot}K^{-1}}$, která odpovídá horní hranici a současně kapacitě chlorečnanu. Zapalujeme totiž spíše povrch sirky a v minulém odhadu jsme vzali menší hodnotu. Tepelnou kapacitu modelu hlavičky odhadujeme jako

$$C = V c_V = \frac{4}{3}\pi r^3 c_V \doteq 7{,}9\,\mathrm{mJ{\cdot}K^{-1}}\,.$$

Za jakou dobu se hlavička modelu sirky zahřeje o ΔT?

$$Q = Pt = C\Delta T \quad \Rightarrow \quad t = \frac{C\Delta T}{P} \doteq 1{,}3\,\mathrm{s}\,.$$

Při použití 1 W laseru nám vyšla hodnota řádově v době sekund. To odpovídá citovanému videu relativně dobře.

Můžeme se ještě zaměřit na odhad výkonu laseru, pro který se nám skoro jistě nepodaří sirku zapálit. Vyjdeme z toho, že pokud by se stihlo vyzařovat povrchem modelu hlavičky sirky tepelné záření a byla by na teplotě $T = 190\,{}^\circ\mathrm{C}$, resp. zhruba $460\,\mathrm{K}$, pak ještě nedojde k zapálení. Využijeme Stefanův-Boltzmannův zákon. Uvažujeme, že povrch modelu je ideálně černé těleso.

$$P = \sigma T^4 S = \sigma T^4 4\pi r^2 \doteq 32\,\mathrm{mW}\,,$$

kde $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{W{\cdot}m^{-2}{\cdot}K^{-4}}$ je Stefanova-Boltzmannova konstanta a $S = 4\pi r^2$ je povrch modelu. Je to opravdu hodně hrubý odhad a to pouze na základě tepelných ztrát zářením a za předpokladu okamžité rovnoměrné distribuce tepla v hlavičce sirky. Ale dává nám alespoň určitou představu, že u laseru s výkonem v řádu desítek miliwattů bychom spíše neměli čekat, že by se nám sirku podařilo zapálit za libovolně dlouhou dobu. U řádově slabších laserů si pak už můžeme být jistí. Laserová ukazovátka, která se používají běžně při prezentacích, mívají obvykle výkon právě v řádu miliwattů až desítek miliwattů a podle obecných zkušeností s nimi bez nějakých speciálních úprav nic zapálit nedokážeme. To dobře odpovídá právě získanému výsledku.

[32] `https://cs.wikipedia.org/wiki/Armstrongova_sm%C4%9Bs`
[33] `https://www.hzscr.cz/soubor/kniha-zpp-ptch-pdf`
[34] `https://en.wikipedia.org/wiki/Potassium_chlorate`
[35] `https://stavba.tzb-info.cz/docu/tabulky/0000/000086_katalog.html`

Bonus: čas odeslání

Předně bychom měli zmínit, že cítíme určitý rozdíl mezi „časem odeslání" a „dobou odesílání". Předně jde o něco, co proběhlo jednorázově v jednu chvíli a není důležitá doba, po kterou to probíhalo. Druhé spojení naopak evokuje, že jde o děj, který probíhal nějakou dobu. Spojení čas odeslání bylo tedy zvoleno zcela úmyslně s tím, že to nebude spleteno. Ale velká část účastníků, která svá řešení zaslala, řešila to, jak dlouho trvá datům, než k nám dojdou. Přitom by mělo být indicií i to, že nás zajímá čas serveru. To mělo upozornit na to, že lidé mohou mít různé časy na svých počítačích, ale rozhodující je čas nahrání na server. Také jsme tím chtěli eliminovat problém časových pásem. Chtěli jsme uvažovat, že doba nahrávání a přenosu je zanedbatelná, takže bylo zvoleno slovo „odeslání", protože řešitel zpravidla řešení odesílá/odevzdává, byť server je přijímá. Možná jsme mohli dopsat, že jde o účastnická řešení, ale to mělo být jasné z kontextu. I kdybychom uznávali zvolenou interpretaci zadání, tak nikdo pořádně nepopsal celou „datovou cestu" řešení. Další část řešitelů napsala jenom hodinu, ale už ne datum, takže se jim tip nemohl započítat.

Teď již tedy k samotné odpovědi a zamýšlené pointě. Chtěli jsme ukázat, jak moc nechávají řešitelé odeslání na poslední chvíli. To se z větší části potvrdilo. Přes upload přišlo 37 řešení. Jedno 11. 4. 2020, další 19. 4., další 26. 4., pak tři 27. 4. a zbytek až poslední den. V poslední půlhodině došlo 9 řešení, z toho 6 v posledních 10 minutách. Průměrná hodnota příchozích řešení je 27. 4. 2020 v 23:59 (s výběrovou směrodatnou odchylkou 3 dny, 5 hodin). Nejblíže byl Vojtěch Kuchař s odhadem 28. 4. 2020 7:54. Ještě podobně blízko byli Samuel Krempaský a Tomáš Tuleja s 27. 4. v π hodin odpoledne. Tito tři dostali bod za dobrý tip. Alespoň části bodů dostali ti, kteří tip nějak podrobněji zdůvodnili. Průměrný tip řešitelů úlohy byl 27. 4. 2020 v 13:27.

Pokud bychom měli doporučit nějakou strategii, pak asi nejlepší odhad za minimálních znalostí chování ostatních je napsat čas, ve který to člověk sám plánuje odeslat. Tuto strategii zvolili zřejmě Robert Gemrot a Marco Souza de Joode, kteří zvolili čas odlišný o méně jak 10 minut od času jejich odeslání. Zajímavostí je, že všichni, kromě Roberta, předpokládali, že budou ostatní řešitelé zodpovědnější[36] než oni sami a zvolili průměrný čas dřívější, než bylo jejich odeslání. Na druhou stranu víme, že půjde o asymetrické rozdělení. Jak se i v praxi ukázalo, tak jeden řešitel, který úlohu odešle ve větším předstihu, může značně posunout celkový průměr. Tipovat tedy čas o něco dříve, pokud jste mezi těmi, co posílají úlohy poslední den, je také docela dobrá strategie.

Bonus II: zpětná vazba

Děkujeme za zpětnou vazbu. Nejkonstruktivnějším byl Robert Gemrot a proto získal více bodů.

Karel Kolář
`karel@fykos.cz`

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

[36] Za předpokladu, že zde zodpovědnost znamená, s jakým předstihem úlohu odešlou. Samozřejmě, že všichni ti, kteří úlohu vůbec odeslali, by se jinak měli brát jako zodpovědnější než ti, co ji neodeslali vůbec. Alespoň v této metrice.