

Úloha IV.E ... Mikulášova vejce

11 bodů; průměr 8,06; řešilo 36 studentů

Změřte povrch ptačího (např. slepičího) vejce.

Mikuláš dělal palačinky.

Teorie

Teorie

Je několik způsobů, jak zjistit povrch průměrného vejce. Mohli bychom například omotat vejce provázkem o změřené průměrné šířce a pak změřit délku provazu. Také bychom mohli vejce vyfouknout, naplnit ho vodou, zjistit tak objem skořápky a nakonec díky znalosti tloušťky vejce vypočítat jeho povrch. Pro matematicky nadanější existuje možnost vejce aproximovat jako funkci souřadnic a vypočítat povrch numericky.

Pro náš pokus jsme zvolili slepičí vejce velikosti M. Vybraná metoda měření je velmi podobná druhému popsanému způsobu. Nejprve vejce rozklepneme a odstraníme bílek se žloutkem¹. Vnitřek skořápky vysušíme a odstraníme vnitřní blánu. Na několika místech změříme tloušťku skořápky l posuvným měřidlem. Poté zjistíme objem vysušené skořápky V v odměrném válci. Celkový povrch skořápky S pak vypočítáme jako podíl

$$S = \frac{V}{l}.$$

Odchyšky mohou vznikat několika různými způsoby. Posuvným měřidlem měříme s přesností $\pm 0,05$ mm, objem byl měřen v odměrném válci s přesností $\pm 0,25$ ml. Metoda předpokládá konstantní tloušťku celé skořápky. Dále potřebujeme tak tenkou skořápku, že vnitřní povrch je zhruba stejný jako vnější, a tedy zakřivení skořápky dává zanedbatelný efekt. Skořápky vybraných vajec jsme vysušili kuchyňskými utěrkami, aby se zamezilo chybám při měření objemu. Skořápky jsme lámali nad čistým bílým papírem. Do válce se skořápka sypala přímo z papíru, abychom zamezili ztrátám drobných úlomků skořápky.

Výsledky

Celkem jsme měřili 6 vajec. Abychom zjistili průměrnou tloušťku skořápky, měřili jsme ji posuvným měřidlem na pěti různých místech. Průměrnou tloušťku skořápky i s dalšími naměřenými údaji máme v tabulce 1. Objem skořápky se dá změřit pouze jednou. Je to způsobeno tím, že použitý odměrný válec byl příliš úzký na to, abychom z něj mohli skořápky jednoduše vyndat, přesušit a pokus zopakovat. V tabulce 2 najdeme průměrné hodnoty tlouštěk skořápek, naměřený objem jedné skořápky a vypočítaný povrch každého vejce. Chyby jsme zjišťovali podle Gaussova zákona propagace chyb, tedy ze vzorce

$$\Delta S^2 = \left(\frac{\partial S}{\partial V} \Delta V \right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial l} \Delta l \right)^2 = \left(\frac{1}{l} \Delta V \right)^2 + \left(\frac{V}{l^2} \Delta l \right)^2$$

Tento vzorec můžete znát ze třetího dílu letošního seriálu.

Zprůměrováním měřených vajec dospějeme k závěru, že průměrné slepičí vejce má povrch $(66 \pm 12) \text{cm}^2$.

¹Můžeme si z nich například udělat omeletu podle chuti.

Tab. 1: naměřené tloušťky vajec i s jejich průměrnou hodnotou se statistickou odchylkou

číslo měření	vejce 1 l [mm]	vejce 2 l [mm]	vejce 3 l [mm]	vejce 4 l [mm]	vejce 5 l [mm]	vejce 6 l [mm]
1	0.55	0.45	0.40	0.40	0.50	0.40
2	0.55	0.50	0.45	0.45	0.45	0.40
3	0.55	0.50	0.40	0.40	0.50	0.40
4	0.50	0.45	0.45	0.40	0.50	0.45
5	0.55	0.45	0.45	0.45	0.50	0.40
průměr	0.54 ± 0.05	0.47 ± 0.06	0.43 ± 0.06	0.42 ± 0.06	0.49 ± 0.05	0.41 ± 0.05

Tab. 2: charakterizace jednotlivých skořápek

číslo vejce	l [mm]	Δl [mm]	V [ml]	ΔV [ml]	S [cm ²]	ΔS [cm ²]
1	0.54	0.05	3.00	0.25	56	7
2	0.47	0.06	3.00	0.25	64	9
3	0.43	0.06	3.25	0.25	76	12
4	0.42	0.06	2.75	0.25	65	11
5	0.49	0.05	3.25	0.25	66	9
6	0.41	0.05	2.75	0.25	67	11

Diskuse

Můžeme si všimnout, že největší chybu nám do měření vnášely nepřesnosti měřidel. Můžeme se proto domnívat, že s lepším vybavením bychom pravděpodobně došli k přesnějším výsledkům.

Když se podíváme do tabulky 1, zjistíme, že tloušťky skořápek různých vajec se sice mohou lišit, ale v rámci jednoho vejce se tloušťka skořáčky měřená na několika místech vejce nelišila od průměrné hodnoty ani o nejmenší dílek stupnice.

Pokud bychom vejce aproximovali za kouli, spočítali její poloměr, odečetli tloušťku nejsilnější skořáčky a znovu přepočítali na povrch koule, dostali bychom 62 cm². Vidíme, že rozdíl mezi vnitřním a vnějším povrchem skořáčky máme asi 3%. S přesnějšími měřidly bychom tuto chybu měli brát v potaz, ale v našem přiblížení je zanedbatelná.

Měřili jsme 6 různých vajec, jejich povrchy se neliší o víc než je odchylka měření, čo je ale len kvôli veľkosťou našich odchýlok, vieme že všetky vajcia nie sú rovnaké a pri presnejšom meraní by sme tieto rozdieli videli. Mohli by sme rozumne predpokladať, že plochy vajec majú Gaussovskú distribúciu okolo strednej hodnoty ktorú sme zmerali, tento predpoklad ale narúša to, že do našej vzorky sa dostanú len vajcia v určitom rozsahu veľkostí určeným distribútorom, teda distribúcia je z oboch strán orezaná a určiť jej smerodatnú odchýlku je nad rámec tohto

textu. Změřili jsme, že středný povrch vejce se bude blížit hodnotě 70 cm^2 .

Kateřina Smítalová
katka@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported. Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.