

Úloha I.S ... zahřívací

6 bodů; průměr 4,81; řešilo 88 studentů

1. Na rozehrání a seznámení se s čísly zjistíte, do jaké výšky byste mohli zdvihnout průměrného člověka (70 kg), využijete-li celou energii běžné tyčinky Mars (okolo 250 Cal pro 50 g tyčinku). Také vypočtete, jaká energie je $k_B T$ při pokojové teplotě a vyjádřete ji také v elektronvoltech (pokud neznáte takovou jednotku energie, vězte, že je to energie, kterou získá elektron při urychlení na rozdílu potenciálů 1 V, a číselně $1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$).
2. Se stavovou rovnicí se dá hodně cvičit. Když namísto počtu částic použijete molární množství n , dostanete

$$pV = nN_A k_B T,$$

kde se součin $N_A k_B$ značí R a nazývá se univerzální plynová konstanta. Určete její hodnotu. Také dále upravte stavovou rovnici do tvaru, ve kterém se vyskytuje hmotnost plynu, a potom do tvaru obsahujícího hustotu plynu.

3. Určete objem molu plynu při pokojové teplotě. Toto číslo je užitečné znát z paměti.
4. Nakonec trochu úvahová úloha. Povšimněte si, že v diskusi o práci ideálního plynu jsme automaticky použili tlak plynu. Zkuste sebe a mě přesvědčit, že je to ten správný tlak – já bych totiž namítal, že jsme mohli použít okolní tlak nebo dokonce rozdíl tlaků vně a uvnitř. Poznámka: Hodnocení této části bude mírné, nebojte se zamyslet a napsat cokoli, na co přijdete.

1. Z textu seriálu vieme, že $1 \text{ Cal} \doteq 4200 \text{ J}$, v Marske je teda $E_{\text{Mars}} = 4200 \text{ J} \cdot 250 = 1,05 \text{ MJ}$ energie. Túto energiu premeníme na potenciálnu energiu $m_p g \Delta h$ zdvihnutím priemerného človeka s hmotnosťou $m_p = 70 \text{ kg}$ o Δh , odkiaľ vyjadríme zdvihnutie

$$\Delta h = \frac{E_{\text{Mars}}}{m_p g} \doteq 1,5 \text{ km}.$$

Všimnite si, že pri účinnosti človeka niekoľko desiatok percent vám stačí na slušnú horskú túru len pár takýchto tyčiniiek (čo aj potvrdzuje skúsenosť).

Izbová teplota $T_i = 20^\circ \text{C} \doteq 293 \text{ K}$ zodpovedá energii

$$E_{\text{term}} = k_B T_i \doteq 4,0 \cdot 10^{-21} \text{ J} \doteq 25 \text{ meV}.$$

Môžeme ju nazvať *termálnou* energiou, pretože približne takúto kinetickú energiu budú mať jednotlivé molekuly uložené vo svojom neusporiadanom pohybe.

2. Vynásobením dvoch konštánt dostaneme¹ $R = k_B N_A \doteq 8,31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Ak vieme, koľko váži jeden mol plynu (tzv. molová hmotnosť, značíme M), počet molov zistíme z hmotnosti m jednoducho ako $n = m/M$

$$pV = \frac{m}{M} RT.$$

¹Ak si chcete zapamätať toto číslo, všimnite si, že stačí obrátiť poradie číslic v Boltzmannovej konstante $k_B \doteq 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$. Rád Boltzmannovej konštanty si môžete zapamätať pomocou Avogadrovho čísla: v oboch je to 23, len jedna konštantka je (v SI) maličká a druhá obrovská.

Ďalej už stačí rovnicu len vydeliť objemom

$$p = \frac{\rho}{M}RT.$$

3. Dosadíme typický atmosférický tlak $p_a = 101 \text{ kPa}$, $n = 1 \text{ mol}$ a teplotu T_i do stavovej rovnice a dostávame

$$V = \frac{nRT_i}{p_a} \doteq 241.$$

Odtiaľto si môžete napríklad ľahko dopočítať približnú hustotu plynu: mol napr. N_2 váži 28 g a má objem tých 241 , teda bude mať hustotu okolo $\rho_{N_2} \doteq 1,2 \text{ g}\cdot\text{l}^{-1}$.

4. Možno najjednoduchší argument je takzvaný limitný prípad, čo pre plyn znamená vákuum: *Vákuum nemôže konať prácu, no plyn môže konať prácu, hoci by bol v nádobe umiestnenej vo vákuu, stačí aby napríklad tlačil na pružinku.* Ak túto úvahu rozvineme ďalej, tak vidíme, že vonkajší plyn je len jedna z možných pružín, do ktorej sa môže prenášať energia pri zmene objemu vnútorného plynu.

Dúfal som, že táto úloha vás donúti premýšľať, čo sa môže stať, ak je vonkajší a vnútorný tlak rozdielny. Ak by sme v takomto systéme nechali vnútorný plyn sa voľne rozpínať, prudké vyrovnanie tlakov by spôsobilo dej, ktorý už nevieme popísať v rámci rovnovážnej termodynamiky. Pri pohybe piestu by sa nestíhal vyrovnávať tlak a ako uvidíme v druhom dieli seriálu, takýto proces je fundamentálne iný ako pomalé posúvanie. Toto pomalé posúvanie samozrejme môžeme dosiahnuť, napríklad zarážkami, pružinou alebo inak; pričom takéto vylepšenia spôsobia, že plyn vo vnútri bude z vonka cítiť prakticky rovnaký tlak, akým tlačí on sám.

Poznámky ku riešeniam

V prvej časti úlohy máme možnosť sa zamyslieť nad rádom výsledku: jedna Marska má dost veľa energie (preto sa hovorí, je ľahšie chudnúť obmedzením jedla ako cvičením). Ak ste sa pomýlili pri prepočte na Jouly a vyšlo vám $1,5 \text{ m}$, niečo asi nebude v poriadku. Podľa tohoto výsledku by aj dokonale účinný človek potreboval výstup po dlhších schodoch niekoľkonásobok dennej dávky energie.

Pri uvádzaní číselných výsledkov sa treba riadiť úsudkom, prizerať na chybu a vhodne zaokrúhľovať. Ak niečo odhadujeme pre typického človeka alebo pre izbovú teplotu, tieto veličiny sme odhadli s presnosťou na pár percent, a tak teda uvádzame aj výsledok: ak by sme počítali s teplotou $21 \text{ }^\circ\text{C}$, tretie desiatinné miesto výsledku sa zmení, teda už nenesie veľmi dôležité informácie a nemusíme ho uviesť.

Ak ste na pochybách, koľko miest uvádzať, dobré (ale približné) pravidlo je pozrieť sa na počet *platných číslic*² a uviesť výsledok na rovnaký počet. Nebojte sa ma, tu nemá zmysel byť

²Číslo 729 má 3 platné cifry, $9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ taktiež. Vzdialenosť $0,00021 \text{ km}$ má len dve platné cifry, tie zvyšné nuly sú len nevhodná voľba jednotiek. Ak chcete zdôrazniť, že máte presne 4 metre , s chybou v milimetroch, môžete napísať $4,00 \text{ m}$ – ďalšie desiatinné miesto sú tie milimetre, kde si nie ste istý. Hodnota ako 100 kg je nejednoznačná (môžu byť 1 alebo 3 platné cifry), takže treba buď ďalej pátrať alebo odhadnúť chybu (čo je dôležitá schopnosť).

prísny a hodnotiť, či ste použili 2 alebo 3 platné cifry vo výsledku, no 2 alebo 6, to už je rozdiel. Vela šťastia do ďalšieho dielu seriálu!

Ján Pulmann
janci@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported. Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.