

## Úloha VI.S ... rozmixovávací

6 bodů; (chybí statistiky)

Opište si funkci `iterace_stanMap` ze seriálu a pomocí následujících příkazů si vyberte deset velmi blízkých počátečních podmínek pro nějaké  $K$ .

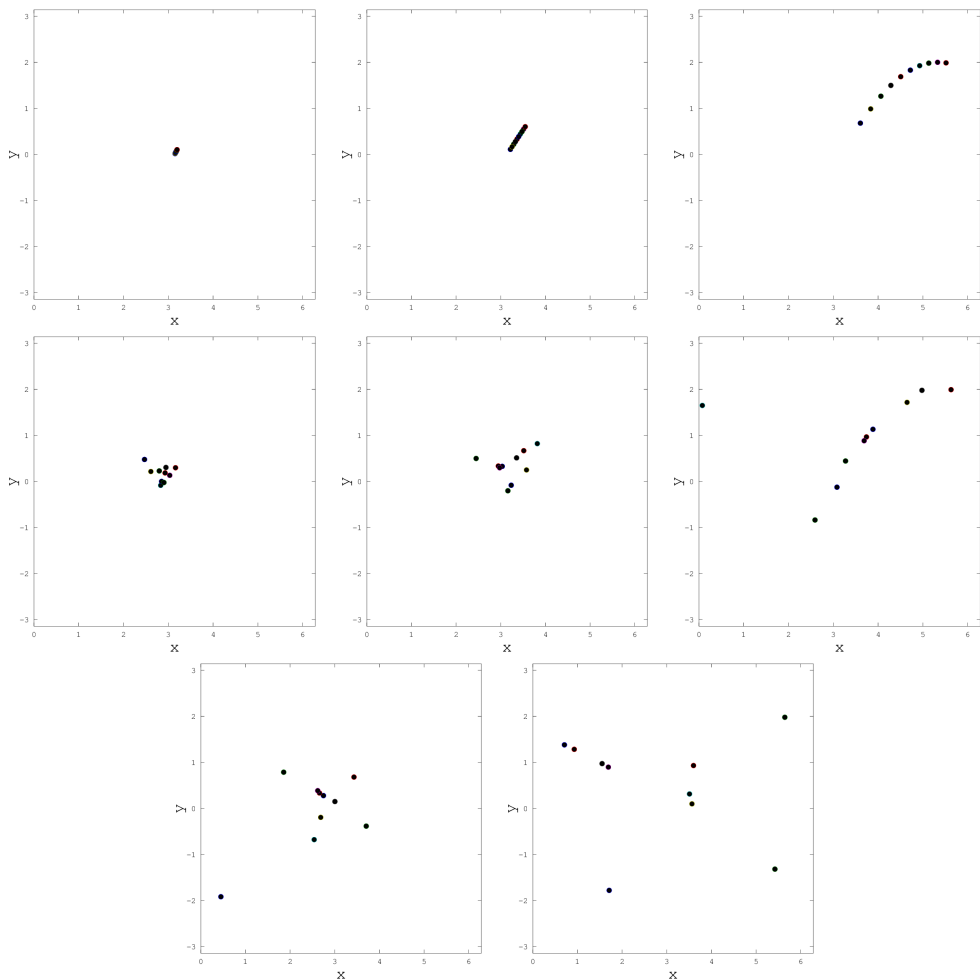
```
K=...;
X01=...;
Y01=...;
Iter1 = iterace_stanMap(X01,Y01,1000,K);
...
X10=...;
Y10=...;
Iter10 = iterace_stanMap(X10,Y10,1000,K);
V Iter1 až Iter10 je tedy schováno tisíc iterací daných počátečních podmínek pomocí Standardní mapy. K tomu, abyste viděli, jak vypadá všech deset bodů po  $n$ -té iteraci, musíte napsat
n=...;
plot(Iter1(n,1),Iter1(n,2),"o",... ,Iter10(n,1),Iter10(n,2),"o")
xlabel ("x");
ylabel ("y");
axis([0,2*pi,-pi,pi],"square");
refresh;
```

"o" do příkazu `plot` píšeme, aby se body pro přehlednost vykreslily jako kroužky. Zbytek příkazů je pak zahrnut kvůli tomu, aby graf zahrnoval celý čtverec a měl ty správné popisky.

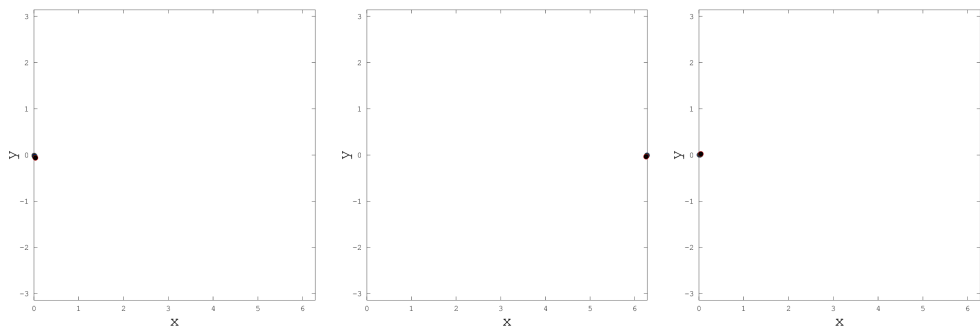
- Nastavte nějaké silné kopání,  $K$  alespoň tak  $-0,6$ , a umístěte svých deset počátečních podmínek velmi blízko sebe někam doprostřed chaotické oblasti (tj. třeba „na špičku propisky“). Jak se s iteracemi těchto deset počátečních podmínek oddaluje či přibližuje? Zdokumentujte na grafech. Jak vypadá deset původně velmi blízkých počátečních podmínek po 1000 iteracích? Co z toho můžeme vyvodit o „míchavosti“ počátečních podmínek v dané oblasti?
- Vezměte opět nějaké poměrně silné kopání a umístěte svých deset počátečních podmínek poblíž svislé rovnováhy rotoru, tj.  $x = 0$ ,  $y = 0$ . Jak se těchto deset počátečních podmínek oddaluje/přibližuje v čase? Co o jejich vzdálenosti lze říci po velkém počtu kopnutí?

Bonus Zkuste naprogramovat a vykreslit i chování nějaké jiné nakopávané mapy. (Pro inspiraci se můžete podívat do vzorového řešení minulé série.)

- Pro první část jsme zvolili počáteční podmínky všechny  $x_0 = \pi$ ,  $y_0 = 0,01$ ;  $0,015$ ; ...;  $0,055$  a  $K = -0,9$ . Vybrané body se při daném  $K$  vždy roztáhnou po celém čtverci, a pak se po cca 9 iteracích standardní mapy shlukují zase okolo nestabilní rovnováhy. Při každém „shluknutí“ se ale body trochu pomíchají a po nějakých 30 iteracích už fakticky nelze rozpoznat, že tyto body měly blízké počáteční podmínky (natožpak po 1000). Odpovídající grafy jsou na obrázku 1.
  - Pro druhou část jsme zvolili počáteční podmínky všechny  $x_0 = 0$ , a opět  $y_0 = 0,01$ ;  $0,015$ ; ...;  $0,055$  a  $K = -0,9$ . Nevýhoda dané volby souřadnice  $x$  a její periodičnosti je, že body přeskakují z levého kraje na pravý, i když zůstávají fakticky na místě. Když se přes toto dokážeme přenést, ukazuje obrázek 2, že body zůstávají blízko sebe po desítky, stovky i tisíce iterací.
- Zde záleželo na vaší fantazii a troše obratnosti v Octave. My jsme třeba nasimulovali kopací mapu  $x_{n+1} = x_n + y_n$  a  $y_{n+1} = y_n + K(\sin(x) + 0,1 \cos(5x))$ . Je to taková zvlněná standardní mapa, kterou jsme s parametrem  $K = -0,9$  pro zajímavost aplikovali na body obrázku He-



Obr. 1: Na grafech jsou postupně zleva doprava a shora dolů vyobrazeny body okolo nestabilní rovnováhy po 2, 4, 6, 10, 18, 20, 24 a 30 iteracích. Od 30 iterací dále vypadají všechny obrázky vlastně pořád stejně, ve statistické fyzice by se řeklo, že soubor dosáhl statistické rovnováhy.



Obr. 2: Na grafech jsou postupně zleva doprava vyobrazeny body okolo stabilní rovnováhy po 10, 100 a 1 000 iteracích. Detailnější dokumentace není potřeba, obrázky až na občasné přeskočení bodu z okraje na okraj zůstávají fakticky stejné.

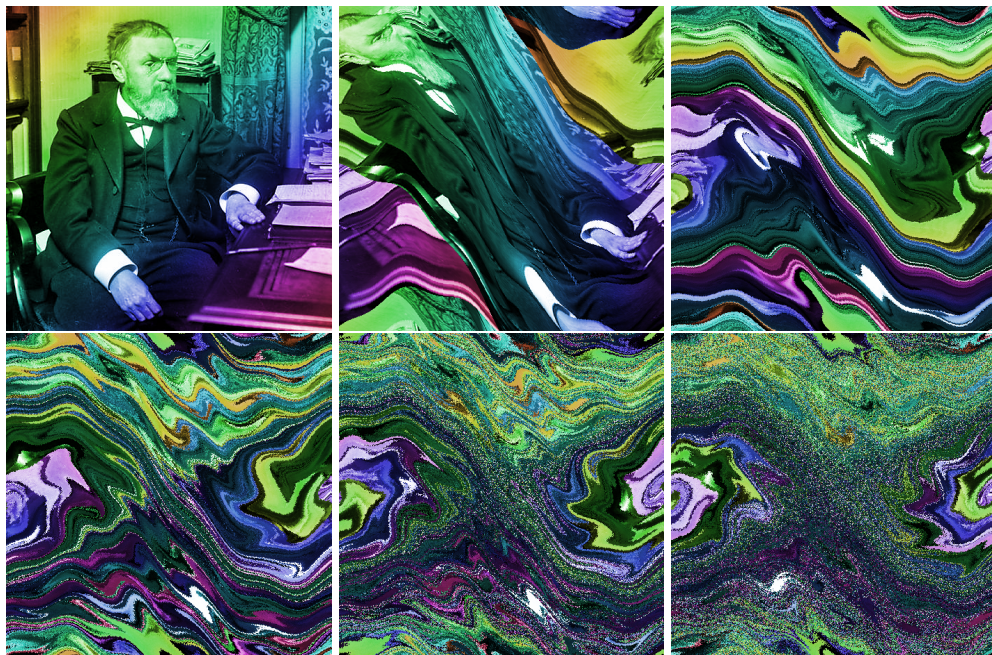
nriho Poincarého, výsledek si můžete prohlédnout v obrázku 3 (srovnat jej můžete například s obrázky z posledního dílu seriálu).

*Vojtěch Witzany*  
witzanyv@fykos.cz

---

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported. Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.



Obr. 3: Henri Poincaré podroben pozměněné standardní mapě po 0, 3, 6, 12, 18 a 30 iteracích. Opět je po 30 iteracích obrázek „ustálený“ a jeho charakter už se moc nemění. Na obrázku zase můžete vidět, že v chaotických oblastech se původní prostor počátečních podmínek úplně rozmíchá, zatímco v regulárních lze dosledovat i po mnoha iteracích původní části obrázku.