

Úloha III.3 ... jedeme do zatáčky

4 body; průměr 3,18; řešilo 38 studentů

Jak známo, vlaky nemají diferenciál, tedy při průjezdu zatáčkou se obě kola musí otáčet stejnou úhlovou rychlostí. Předpokládejte nyní, že kola mají válcový tvar. Proto při jízdě zatáčkou pojedou jedno kolo po delší trajektorii než druhé. Osička bude namáhána na krut a v jistý okamžik již třecí síla mezi kolem a kolejnicí nebude dostatečně velká a dojde k prokluzu jednoho z kol, čímž napětí v osičce klesne na nulu. Určete vzdálenost mezi jednotlivými prokluzy v závislosti na poloměru zatáčky R_z . Kolo má poloměr R , osa má poloměr r , délka osy je L , modul pružnosti materiálu osy ve smyku je G (ocel), vagon s N koly má hmotnost M a koeficient statického tření mezi kolem a kolejnicí je f . Nakonec můžete dosadit realistické hodnoty.

Nápověda Pro zkrut φ válce o poloměru R , délce l a modulu pružnosti ve smyku G , na který působíme momentem \mathcal{M} , platí

$$\varphi = \frac{2Ml}{G\pi R^4}.$$

Vymyslel Lukáš cestou vlakem do Krušných hor.

Zamysleme se nejprve nad tím, co se v zadaném modelu děje. Když vjede vlak do oblouku, tak je vnitřní kolejnice kratší než kolejnice vnější, proto musí vnitřní kolo vykonat méně otáček (mají dle zadání stejný poloměr, tedy i obvod). Pokud má však vnitřní kolo vykonat méně otáček než kolo vnější, musí docházet ke kroucení osy kol. Kroucení osy má ale za následek vzrůstající moment síly působící na kola. Tento moment je kompenzován též vzrůstající třecí silou mezi koly a kolejnicemi. Poznamenejme na okraj, že tyto síly mají opačný směr, proto nezpůsobují přímo brzdění vagonu. A při pohybu po přímé trati mají nulovou (konstantní) velikost. Pokud ale tyto třecí síly překonají mezní hodnotu, dojde k prokluzu, a jak je uvedeno v zadání, torzní napětí v ose klesne na nulu. Dále se na celou situaci podíváme matematicky.

Mezní velikost třecí síly, která může působit mezi koly a kolejnicemi, určíme ze zatížení jednotlivých kol a koeficientu statického tření, dále pak maximální moment sil působících na osu určíme z definice momentu sil a uvážení, že na ose jsou připevněna kola dvě, která na ni působí v opačných směrech.

$$F_{t, \max} = \frac{1}{N}Mgf \Rightarrow \mathcal{M}_{\max} = \frac{2MgRf}{N}.$$

Nyní jsme určili maximální moment sil, který může působit na osu, aby nedošlo k prokluzu. Z nápovědy v zadání určíme maximální zkrut osy

$$\varphi_{\max} = \frac{4MgRLf}{\pi NGr^4},$$

kde jsme se nenechali zmást a do jmenovatele napsali r a nikoli R , abychom udrželi v souladu text zadání a nápovědu.

K tomuto zkrutu dojde tehdy, když bude rozdíl uražených trajektorií kol roven $R\varphi_{\max}$. Rozdíl drah projetých jednotlivými koly je $L\Omega$, kde Ω je oblouková míra projížděného oblouku, a proto vzdálenost projetá mezi prokluzy je $\Delta x = \Omega R_z$, kde R_z je poloměr oblouku. Pokud dáme tyto vztahy dohromady, dostaneme

$$R\varphi_{\max} = L\Omega = L\frac{\Delta x}{R_z} \Rightarrow \Delta x = R\varphi_{\max}\frac{R_z}{L}.$$

Nyní ještě dosadíme za φ_{\max} a dostaneme výsledek

$$\Delta x = \frac{4MgR^2R_zf}{\pi NGr^4}.$$

Vidíme, že výsledek nezávisí na rozchodu kol a na poloměru oblouku závisí lineárně, tedy pro rovnou trať $R_z \rightarrow \infty$ nedochází k prokluzu, což jsme očekávali.

Nyní můžeme ještě dosadit hodnoty odpovídající vagonu: $M = 20 \text{ t}$, $R = 46 \text{ cm}$, $r = 10 \text{ cm}$, $N = 8$, $f = 0,15$, $G = 80 \text{ GPa}$, $R_z = 300 \text{ m}$ a dostaneme pro vzdálenost mezi prokluzu $\Delta x \doteq 3,7 \text{ cm}$.

Poznamenejme nakonec, že aby k tomuto nežádoucímu prokluzu nedocházelo, jsou kola vagonů kuželovitého tvaru a z tohoto důvodu nejsou při průjezdu obloukem poloměry obou kol stejné. Na trati ale můžeme pozorovat příčné (vyleštěné) proužky, které mohou mít tento původ. Na druhou stranu, pohyb vlaku po kolejích je velmi komplexní problém, proto je potřeba započítat i další vlivy. Co ale podporuje vznik příčných proužků je to, že pokud dojde k prokluzu, tak se kolejnice vyleští (sníží se její drsnost a tím i koeficient tření f) a zvýší se tím pravděpodobnost proklouznutí dalšího kola. Toto je důvodem, proč nejsou vyleštěná všechna místa stejně, ale vynikají nestability.

Lukáš Ledvina
lukasl@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.