

Úloha I.P ... zeměkrychle

5 bodů; průměr 3,27; řešilo 63 studentů

Představte si, že by Země měla tvar krychle. Udržela by si takový tvar? Případně jak asi dlouho by si ho mohla udržet? Na čem by to záviselo? Jak by se na ní žilo? Co by se dělo lidem jdoucím po jejím obvodu – jakou gravitační sílu by pocítovali? Soustředkový brainstorm.

Představy o různých tvarech Země patří k lidstvu odedávna. Vždyť lepší představu máme teprve několik století, a i tak se najde jistě mnoho těch, kdo by rádi popustili uzdu fantazii. Tvar Země ve tvaru krychle tak i v dnešní době má své místo ve světě umění, fotografie, výtvarnictví. Obliba krychlovité Země se usídlila i v databázích fotobank typu Fotolia i sociálních systémů typu Flickr – sluneční hodiny ve tvaru Krychlozemě zdobí australské město i poličky některých nadšenců.

Země má velké štěstí, že z „placky“ jsme přešli na představu jednodušších těles a nepředstavujeme si ji běžně jako jehlan, dodekaedr nebo nepravidelnou planetku z hlavního pásu Sluneční soustavy. Ale proč tomu vlastně je tak, jak tomu je? Proč velká tělesa jako Země nebo Venuše získala hezký „geoidní“ tvar, zatímco malá tělesa si udržují nepravidelnost brambory?

Země nemůže nikdy na dlouho (tedy z pohledu vesmíru) nosit slušivý tvar různých geometrických těles, ale vždycky hezky zkonverguje (přiblíží se) ke svému geoidu. Je to tím, že je prostě dostatečně hmotná. Stačí si představit třeba něco pořádně těžkého z běžné praxe – čím těžší chcete postavit dům, tím pevnější musí být základy. A těmi základy je Země, proto se také dům udrží – dokáže nést svou vlastní váhu. U malé planetky v rozměrech kilometrů jsou přitažlivé síly v úplně jiných řádech než u Zeměkoule/Zeměkrychle... Ale kdybychom tedy Zemi dnes vymodelovali a nechali ji svému osudu – chudák, dostala by ostré hrany a zbylá sedmička planet by s ní asi chvíli nemluvila – jak by se nám asi žilo?

Kdo si myslí, že „dobře“, asi ještě nikdy nezkoušel roztočit kostku od Člověče, nezlob se. Už jen takový malý detail na úvod – víte, jak je taková osa rotace šestistěnu nestabilní? Rotovala by Země podél osy od vrcholu k vrcholu, nebo podél osy vedoucí středem stěn? Z hlediska mechaniky to vyjde nastejno, protože momenty setrvačnosti vůči tzv. hlavním osám rotace jsou stejné, z čehož pak plyne, že i momenty vůči jakékoli ose procházejícím středem krychle budou stejné (pro homogenní dokonalou krychli). A vzhledem k tomu, že obvykle mají tělesa tendenci rotovat kolem osy, vůči které mají extrémální moment setrvačnosti, tak zrovna v případě krychle jsou osy rovnocenné. Je tedy více než pravděpodobné, že by se prostě čas od času stalo (vlivem nějakého vychýlení, např. srážkou s meteoritem), že by se osa rotace Země změnila. To by změnilo tvar tíhového pole (tvořeného gravitačním a odstředivým zrychlením) a v případě nějaké „dobře mířené“ a silné srážky by se mohly i silně posunout „póly“ naší Zeměkrychle, což by obyvatelům také komplikovalo život.

V zásadě jde o to, že gravitační pole Zeměkrychle by rozhodně nevypadalo jako skorohomogenní, jak jej obvykle my jako obyvatelé Země pocítujeme. Gravitační síla F závisí na rozmístění hmoty, o hustotě $\rho(\mathbf{r}')$ kolem bodu \mathbf{r} , jenž nás zajímá, jako

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = G \iiint_{\text{Zeměkrychle}} \rho(\mathbf{r}') \frac{\mathbf{r}' - \mathbf{r}}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|^3} d^3 r',$$

ktejž lze analyticky přiblížit v případě krychle metodou polyhedronů [1] nebo řešit numericky. Výsledkem je pole mající stejnou symetrii jako krychle, v němž se vektor gravitačního zrychlení odchyluje od směru ke středu Zeměkrychle až o 7° (vždy na kružnicích ležících na povrchu o poloměru čtvrtiny délky hrany se středem ve vrcholech), což je způsobeno lokálním nahromaděním hmoty – gravitační pole cítí vrchol a uhýbá tak směrem k jeho „středu“ od středu Země.

Pětačtyřicetistupňové facety, do nichž by případný poutník stoupal, aby dosáhl hrany nebo vrcholu, by tak velmi zásadně měnily směr, kterým by poutník při uklouznutí padal. Poutník by stoupal do „různě“ prudkého kopce, ale čím blíže vrcholu, tím bude kopec příkřejší. Gravitační zrychlení na vrcholu směřuje do středu Země, a tedy „skutečných“ 45° stoupání není téměř v lidských silách.

Na druhou stranu, čím dále jsme od středu Země, tím slabší je pole, a proto se poutník cítí lehčí, a to až o 30 %. Tedy není to nakonec zas tak nemožné stoupání, o to nebezpečnější. Nebezpečnost cesty záleží také na přesnosti zemské hrany, zda je zaoblená na centimetrových rozměrech, přesná na průměr atomu, nebo je kilometrový oblý „kopec“. Tak jako tak by poutník, jenž by na hraně uklouzl, uklouzl do docela pěkných problémů, a to kvůli výše zmíněné odchylce vektoru gravitačního pole od normálového vektoru povrchu.

Kvůli zmíněné odchylce také – což by zajímalo každého živého tvora možná ze všeho nejvíc – by ani atmosféra neobjímala Zeměkrychli všude, ale vytvořila by jen jakési ostrůvky kolem středů stěn Země a směrem k sedlovým rovinám by řídla a řídla. Jak by pak bylo možné komunikovat mezi vzniklými 6 enklávami? Jak by lidé létali z jedné stěny na druhou? Byly by to v podstatě lety do vesmíru. . .

Tvar Země by také měl zásadní vliv na rozmístění teplot, skokový východ a západ slunce v celé enklávě najednou a hlavně chod ročních období. Záleží na smyslu rotace, ale pokud by osa směřovala podobně jako dnes, což by vůbec nemusela, zachoval by se jakýsi typ arktického dne a noci. Podnebí v „severní“ a „jižní“ enklávě by odpovídalo podnebí na severním a jižním pólu, v ostatních enklávách by podnebí odpovídalo přibližně rovníkovému.

Jak dlouho by si taková Zeměkrychle udržela tvar krychle? V tomto směru není úloha exaktně zadaná, protože neznáme „přesnost“ přiblížení. Proces je však determinovaný, rozpouštěním nejprve vrcholů a později hran, přetečením hmoty směrem k rovníku. Proces je závislý na materiálovém složení a to je extrémně obtížné modelovat, neboť vnější vrstvy Země jsou spíše pohyblivé a dostředivé zrychlení spolu se zdánlivými silami asi způsobí pohyb litosféry a s tím spojenou geologickou aktivitu. Takže přesun hmoty by byl enormní – přesun různých hustot, teplotní gradienty, projevovaly by se nedokonalostí struktur atd. Protože ale nepozorujeme velké planety nebo hvězdy ve tvaru krychle, které byly na počátku svého života také nekulové, můžeme říci, že ke kolapsu by jistě došlo. Jisté ale je, že za svého života se Země změnit tvář nebojí. Že by si ale vizáž udržela, jí naštěstí pro nás nehrozí.

Reference

- [1] Werner, R. A. Scheeres, D. J. *Exterior gravitation of a polyhedron derived and compared with harmonic and mascon gravitation representations of asteroid 4769 Castalia*. in *Celestial Mechanics and Dynamic Astronomy* 65, 1997, s. 313–344.

Hana Šustková
hanka@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty UK MFF. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci UK MFF a podporován Ústavem teoretické fyziky UK MFF, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.