24. ročník, úloha VI.2 ... zlý trojúhelník *(4 body; průměr 2,83; řešilo 6 studentů)*

Máme dlouhou štěrbinu a vedle ní bodovou dírku. Jak bude vypadat interferenční obrazec na rovinném stínítku, posvítíme-li skrz ně koherentním světlem? Zanedbejte difrakci na samotné štěrbině a samotné dírce. *Mára šmíroval*

Za bodovou dírkou se bude světlo chovat, jako by dírka byla bodovým zdrojem koherentního záření. Výsledek průchodu světla štěrbinou si můžeme představit jako bodové zdroje nahuštěné vedle sebe. Jejich superpozicí dostaneme „válcový“ zdroj, vlnoplochy budou soustředné pláště válců se společnou osou, kterou tvoří štěrbina.

Podmínkou pro interferenční maxima je, aby dráhový rozdíl, tj. rozdíl vzdálenosti od štěrbiny a vzdálenosti od bodové dírky, byl celým násobkem vlnové délky λ. Osu x ztotožníme se štěrbinou a dírku umístíme na osu y do vzdálenosti d, tedy bude mít souřadnice $(0, d)$. Vzdálenost roviny stínítka od roviny tvořené štěrbinou a dírkou označíme l, přičemž uvažujeme, že tyto roviny jsou rovnoběžné. Podmínku pro interferenční maximum pak zapíšeme jako

$$\sqrt{y^2 + l^2} - \sqrt{(y - d)^2 + l^2 + x^2)} = k\lambda\,, \quad k \in \mathbb{Z}\,.$$

Z výše uvedené rovnice si vyjádříme y a dostaneme křivky k-tého interferenčního maxima popsané rovnicemi

$$y_{1,2} = \frac{d(x^2 + d^2 - k^2\lambda^2) \pm \sqrt{4k^2\lambda^2 l^2 (d^2 - k^2\lambda^2) + k^2\lambda^2 (x^2 + d^2 - k^2\lambda^2)^2}}{2(d^2 - k^2\lambda^2)}\,,$$

z takovéhoto předpisu si nijak přesnou představu o tvaru křivky neuděláme. Můžeme je nechat vykreslit počítačem. Předpis i získaný graf budou pro rozumné parametry nápadně připomínat paraboly. Nabízí se myšlenka, že při vhodné aproximaci dostaneme právě paraboly. Tou bude tak zvaná paraxiální aproximace – budeme předpokládat, že vzdálenost štěrbiny a bodu od stínítka je mnohem větší než všechny ostatní rozměry, $l \gg d$.

Odmocniny rozepíšeme jako Taylorův polynom, v daném přiblížení nám bude stačit prvního stupně. Platí tedy $\sqrt{1 + x} \approx 1 + x/2$ pro x malé.

Dostáváme podmínku pro interferenční maximum v podobě

$$l + \frac{y^2}{2l} - l - \frac{(y - d)^2 + x^2}{2l} = k\lambda\,, \quad k \in \mathbb{Z}\,,$$

z čehož plyne rovnice pro křivku interferenčního maxima v paraxiální aproximaci

$$y = \frac{x^2 + d^2 - k\lambda l}{2d}\,.$$

Vidíme, že jsme skutečně dostali paraboly, což se vzhledem k tomu, že máme přímku a bod, které nám tyto křivky určují, dalo čekat.

Tereza Steinhartová
terkas@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty UK MFF. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci UK MFF a podporován Ústavem teoretické fyziky UK MFF, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.