24. ročník, úloha III . 2 ... zasekanej! *(4 body; průměr 2,50; řešili 2 studenti)*

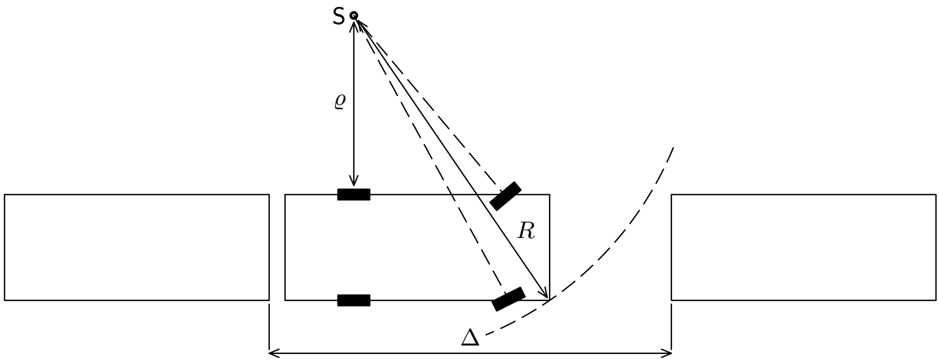
Jistě jste si všimli, že při podélném parkování zpátečkou se auto může vejít i do celkem malé mezery. Mějme auto délky L, šířky d se vzdáleností kol l. Kola se mohou otočit maximálně o α stupňů (tzv. „plný rejd“). Do jak velké mezery budeme schopni zaparkovat při použití zpátečky? A při parkování popředu? Jaká je ideální parkovací strategie? Auto musí být samozřejmě dokonale zarovnané v řadě (tj. rovnoběžně s chodníkem ve vzdálenosti maximálně d_0 od chodníku) a při parkovacím manévru se auto smí pohybovat pouze jedním směrem, tzn. buď dopředu nebo dozadu. *Vykoumal Mára při sledování filmu Vrchní, prchni.*

Pokud si přečteme jakoukoli učebnici autoškoly, jsme nabádáni k parkování pozadu. Zkusíme nyní vypočítat, zdali je lepší parkovat popředu nebo doopravdy pozadu.

Budeme řešit nikoli problém zaparkování, ale vyjetí z parkovacího místa. Pokud totiž nějak otočíme kola, tak se pohybujeme po stejné křivce, jedeme-li dopředu i jedeme-li dozadu. Toto bude platit pro „malé“ rychlosti parkování, pokud bychom parkovali smykem, tak to není invertibilní pohyb, ale takto naprostá většina řidičů neparkuje.

Rozeberme nejdříve po jaké křivce se pohybuje auto, pokud otočíme koly. Studujeme-li pohyb jakéhokoliv tuhého tělesa v rovině, existuje tzv. pól otáčení[1] okolo kterého dochází pouze k rotaci. Zkusíme najít tento bod.

Pól otáčení musí ležet na ose zadních kol, protože zadní kola se nenatáčejí. Dále musí ležet na osách[2] obou předních kol. Pokud by byly například obě přední kola otočena stejně, neexistoval by průsečík os předních a zadních kol, docházelo by ke smýkání a potom bychom museli často měnit obutí. Poloměr a střed otáčení můžeme tedy určit pomocí jednoduché geometrie, viz obrázek 1.



Obr. 1. Parkování pozadu

Uvažujme ještě pro jednoduchost shodné vzdálenosti os kol od konců auta.

Parkování pozadu

Jak jsme uvedli výše, budeme studovat vyjíždění z parkovacího místa. Ideální strategie je začít zadní co nejblíže k autu za námi, otočit volantem co nejvíce doleva a doufat, že pravým předním rohem mineme auto stojící před mámu. Pokud se nám již toto podaří vyjedeme

1) Viz také 2. kapitola seriálu tohoto ročníku.

2) Zde za osu považujeme kolmici na rovinu kola v jeho středu.

například rovně. Je samozřejmě lepší dále začít točit doprava abychom tolik nevybočili do vozovky.

Nyní se pokusme vypočítat parametry tohoto pohybu. Označme α úhel o který je možno vychýlit kola, L celkovou délku vozidla, d jeho šířku, l rozvor a Δ velikost parkovacího místa. Určeme nejdříve vzdálenost ϱ osy otáčení od levého zadního kola. Z jednoduché geometrie vychází

$$\varrho = l \operatorname{cotg} \alpha \,.$$

Dále označme R vzdálenost pravého předního rohu vozu od osy otáčení. Pro ni platí

$$R^2 = (\varrho + d)^2 + \left(\frac{L+l}{2}\right)^2 \,. \tag{1}$$

Uvážíme-li nyní pravoúhlý trojúhelník o vrcholech: střed otáčení, levé zadní kolo před počátkem vyjíždění a levý zadní roh vozidla před námi, z Pythagorovy věty dostáváme

$$R^2 = \varrho^2 + \left(\Delta - \frac{L-l}{2}\right)^2 \,. \tag{2}$$

Z rovnic (1) a (2) vyjádříme Δ

$$\Delta = \frac{L-l}{2} + \sqrt{d^2 + 2dl \operatorname{cotg} \alpha + \left(\frac{L+l}{2}\right)^2} \,.$$

Dosadíme-li hodnoty: $L = 4\,\mathrm{m}$, $l = 2{,}5\,\mathrm{m}$, $d = 1{,}5\,\mathrm{m}$ a $\alpha = 40^\circ$, dostáváme

$$\Delta = 5{,}41\,\mathrm{m} \,,$$

což je o 1,41 m více než délka vozidla.

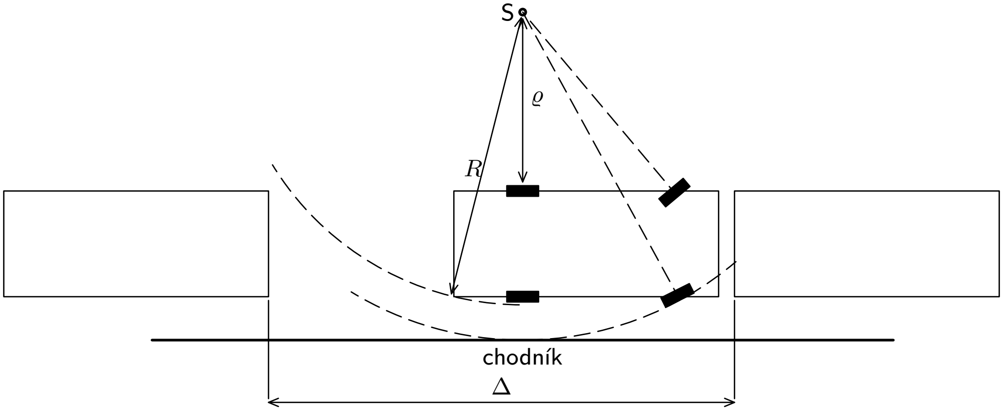
Uveďme ještě na závěr, že místo potřebné k zaparkování je ještě o něco kratší, protože jsme auto modelovali jako obdélník, ale ve skutečností má zakulacené rohy. Proto dojde ke „krizovému“ okamžiku pro menší vzdálenost mezi vozidly.

Parkování popředu

Budeme-li opět zkoumat opačný postup, musíme vyjet z místa pozadu. Nyní však nastává problém a tím je blízkost chodníku na který bychom neměli najet. Nyní je krizovým místem jednak chodník, jednak vozidlo za námi. Proto nastavíme poloměr otáčení tak veliký, aby jsme nenajeli na chodník a tento poloměr budeme udržovat po celou dobu vyjíždění. Tento postup nám ukáže přibližnou velikost parkovacího místa.

Najít ideální trajektorii v tomto případě je velmi těžké, protože pokud bychom předním kolem sledovali okraj chodníku až do okamžiku, kdy tečna k pravému okraji vozu by neprotínala vozidlo za námi, dostali bychom správné řešení, však určit, po jaké křivce se v tomto případě pohybuje vůz by bylo obtížné[3].

[3] Obecně jde o Ψ-křivku, jejíž předpis se získává obtížně.



Obr. 2. Parkování popředu

Označíme vzdálenost středu otáčení od levého zadního kola ϱ. Kružnice, po které se pohybuje pravé přední kolo musí být tečná k chodníku. Proto z Pythagorovy věty platí

$$(\varrho + d + d_0)^2 = (\varrho + d)^2 + l^2 \,.$$

$$\varrho = \frac{l^2 - 2dd_0 - d_0^2}{2d_0} \approx \frac{l^2 - 2dd_0}{2d_0} \,. \tag{3}$$

Provedeme-li stejnou úvahu, která nás vedla k rovnicím (1) a (2), dostáváme

$$R^2 = (\varrho + d)^2 + \left(\frac{L - l}{2}\right)^2 ,$$

$$R^2 = \varrho^2 + \left(\Delta - \frac{L + l}{2}\right)^2 .$$

Algebraickou úpravou dostáváme výraz pro Δ, dosadili jsme za ϱ z (3)

$$\Delta = \frac{L + l}{2} + \sqrt{d^2 + \frac{d}{d_0}\left(l^2 - 2dd_0\right) + \left(\frac{L - l}{2}\right)^2} \,.$$

Pro $d_0 = 30\,\mathrm{cm}$ vychází číselně

$$\Delta = 8{,}68\,\mathrm{m} \,.$$

Je vidět, že parkovat pozadu je výrazně lepší, než parkovat popředu. Pro parkování popředu potřebujeme skoro dvojnásobek délky vozu.

Lukáš Ledvina
`lukasl@fykos.cz`

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty UK MFF. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci UK MFF a podporován Ústavem teoretické fyziky UK MFF, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.