

23. ročník, úloha II. E ... metronom (8 bodů; průměr 5,12; řešilo 17 studentů)

Hrajete-li na hudební nástroj, určitě občas máte problémy udržet rytmus. Navrhněte experiment a změřte, jakou frekvenci (úderů o stůl, stisků klávesy...) dokáže člověk nejlépe udržet. Existuje nějaká korelace mezi ní a jinými přirozeně se vyskytujícími jevy?

Parkinsonem onemocněl Honza Hermann.

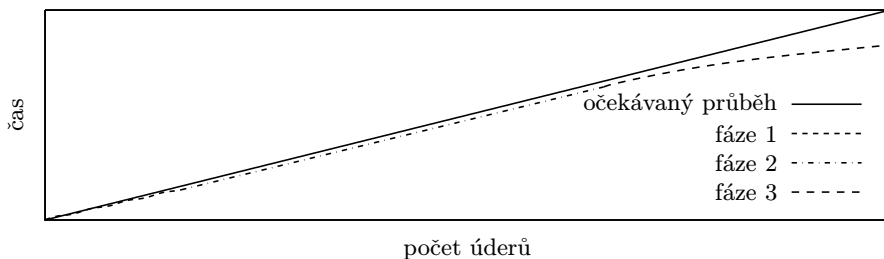
Teorie

Udržet tempo je klíčová schopnost každého hudebníka. Dá se tedy očekávat, že většina hráčů na hudební nástroje to bude mít nacvičené a nebude jim činit potíže zachovat většinu frekvencí v oblastech, které se v hudbě nejčastěji vyskytují (přibližně od 60 do 150 úderů za minutu). Zato netrénovaný člověk může mít s udržením tempa problémy a některé frekvence mu přirozeně mohou jít a jiné naopak. Typicky by to mohly být ty, se se kterými se běžně setkáváme (tep, dýchání, chůze), a jejich násobky.

Co znamená udržet tempo? To, jak dobře zvládneme reprodukovat frekvence, se dá měřit různými způsoby. Především budeme muset nejprve vytvořit vzor, který budeme dále napodobovat. K tomu může posloužit např. metronom z názvu úlohy, ale i jednoduchý program, vydávající tón v předem určeném intervalu. Potom budeme měřit počet úderů, za který se dostaneme mimo rytmus. Jak ale určíme, že jsme tempo nedodrželi? Je totiž nutné si uvědomit, že to, co hledáme, jsou změny v pravidelnosti délek intervalů. Pro získání přesných výsledků to vylučuje možnost měřit se stopkami, protože potřebujeme znát délku každého intervalu a musí jich být hodně.

Typický průběh měření bude mít tři fáze.

1. *Učení:* Podle zdroje impulzů si zvykneme na rytmus. Musíme ovšem počkat i chvíli po jeho vypnutí, abychom odfiltrovali vliv toho, že vzor zmlkne.
2. *Pravidelný rytmus:* Tempo určujeme pravidelně.
3. *Nepravidelnosti a následná ztráta tempa:* Po určité době ztratíme pozornost a budeme střídavě zpomalovat a zrychlovat, abychom se dostali zpátky.



Obr. 1. Očekávaný typický průběh měření

Jako okamžik ztráty tempa nás zajímá přechod mezi druhou a třetí fází, dobu počítáme od konce první fáze. Určíme jej nejlépe za grafu, na který si vyneseme dvě závislosti v závislosti na číslu odpočítávaného impulzu: Čas, který jsme odpočítali, a čas, který jsme odpočítat měli. Jak by to mohlo vypadat, vidíme na obrázku 1. Čím zkušenější experimentátor je, tím je jeho 1. fáze kratší, směrnice přímky ve 2. fázi se přibližuje směrnici ideální a 3. fáze nastává později. Matematicky to znamená, že budeme určovat druhou časovou derivaci funkce, která je závislostí odpočítaného času na pořadí úderu (nebo první derivaci funkce délky pulzu). Nicméně pro naše účely postačí porovnání podle kvalifikovaného odhadu nebo zobrazení rozdílu mezi naměřenou a ideální funkcí. Měření ve druhé fázi nám pomůže odhalit, jakou délku pulzu jsme se naučili.

Experiment

Pro měření jsme použili jednoduchý program napsaný tak, aby nejdříve v daném intervalu přehrál krátké pípnutí a potom měřil délku 500 pulzů. Po kroku 250 ms jsme proměřili intervaly 250 ms až 1500 ms. S kratším počtem pulzů jsme proměřili frekvence 60 bpm až 150 bpm (bpm – úderů za minutu) ve fázi 2.

Tabulka výsledků měření

f [bpm]	T [ms]	T_1 [ms]	ΔT [ms]
60	1000	961	39
65	923	870	53
70	857	826	31
75	800	771	29
80	750	724	26
85	706	658	48
90	667	642	25
95	632	602	30
100	600	575	25
105	571	546	26
110	545	511	34
115	522	490	32
120	500	471	29
125	480	417	63
130	462	415	47
135	444	411	33
140	429	393	35
145	414	393	21
150	400	376	24

V tabulce výše vidíme, že naučený interval je většinou kratší než by měl být, pokaždé průměrně o 35 ms. Tato vlastnost tedy asi bude souviset s procesem učení a v dalším měření budeme hledat ustálenou frekvenci na přibližně takto opravených hodnotách.

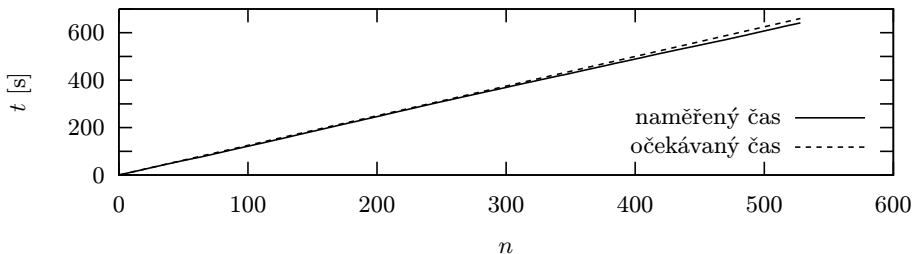
Tabulka výsledků měření

T [ms]	t_u [s]
250	> 125
500	250
750	150
1000	110
1250	300
1500	120
1750	130
2000	180

Z tabulky vidíme, že čas udržení intervalů se pohybuje mezi dvěma až pěti minutami. Na obrázku 2 vidíme typický průběh měření. Fáze 1 nastává asi do 50. úderu, fáze 2 do 280.

Úkolem úlohy bylo odpovědět na otázku, jestli je udržitelnost tempa nějak korelovaná s jinými jevy. Na první pohled to vypadá, že není. Měření delších intervalů než dvě sekundy

bylo mimo tempo již ze začátku, objektu se většinou nepovedlo frekvenci ani naučit, natož reprodukovat. Studium grafů naměřených závislostí ale přineslo několik poznatků.



Obr. 2. Naměřená data pro $T = 1250$ ms

- Počítač úderů do klávesnice neměří s přesností na milisekundy, ale přibližně v patnáctimilisekundových intervalech, což bude dáno pravděpodobně připojením klávesnice.
- Po vybočení z tempa většinou dojde k ustálení jiné frekvence úderů, podobně jako při učení, která se dále zvyšuje. Zajímavé je, že občas dochází ke změnám skokovým, což potvrzuje hypotézu, že udržování tempa je nějak závislé.
- Nepotvrdila se domněnka korelace delších intervalů se srdečním tepem. Při standardních podmínkách v relativně tiché místnosti tep není vůbec slyšet a pravidelnost úderů závisí na tom, jakou zvolíme metodu učení se intervalu (toto asi také souvisí se skokovými změnami při upadání tempa). Dokonale tichá místnost bohužel nebyla k dispozici. Pozorovatelnou souvislost udržitelnosti frekvence a tepu zjistil Jakub Vošmera, který při měření nepoužil vzor, podle kterého se učil, ale vhodné intervaly odhadoval. U takového způsobu je pravděpodobnější, že se trefíme do snáže udržitelné frekvence, než když jsme nuceni napodobovat nepřirozený metronom.

Při zadávání problému jsme chtěli zjistit, budou-li udržitelné frekvence souviset se srdečním tepem a.p. Tato domněnka byla částečně vyvrácena – časové intervaly s přibližně celočíselným násobkem sekundy nejdou udržet o nic lépe než ostatní. Nicméně jak jsme zjistili studiem došlých řešení, nejlepší výsledky jsou právě okolo oblastí šedesáti úderů za minutu.

Aleš Podolník

ales@fykos.mff.cuni.cz