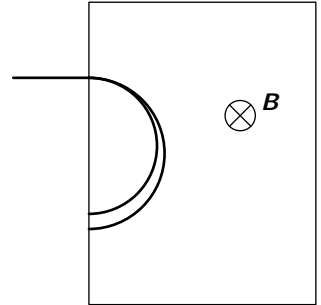


22. ročník, úloha V. S ... hrátky s elektrony (6 bodů; průměr 4,29; řešilo 7 studentů)

- a) Druhým způsobem, kterým měřil J. J. Thomson velikost měrného náboje elektronu, je právě studium vychylování katodového záření elektrickým polem. Uvažujte aparaturu podle obrázku z minulé kapitoly seriálu. Jak závisí odchylka paprsku, zaznamenaná na stínítku vpravo, na přiloženém napětí, rychlosti „corpuscules“ a geometrických vlastnostech aparatury?
- b) Jedním z problémů, se kterými se J. J. Thomson potýkal při stanovování měrného náboje elektronů, byl následující: Po vstupu paprsku katodového záření do magnetického pole se paprsek rozšířil do tvaru jakéhosi vějíře (viz obrázek). Tento rozptyl paprsku činí určování poloměru kružnice, kterou katodové záření vytvoří, značně nepřesné (Thomson hovořil o 20 %). Čím můžeme tento rozptyl vysvětlit? Pokud uvedete, jakým způsobem by bylo možno tuto nepřesnost zmenšit, vysloužíte si bonusový bod.
- c) Zpracováním dat z tabulky určete velikost náboje elektronu v případě, že by olej měl hustotu $920 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, vzduch hustotu $1,2 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ a viskozitu $17,1 \cdot 10^{-7} \text{ Pa}\cdot\text{s}$. Užívali jsme elektrické pole o intenzitě $250 \text{ kV}\cdot\text{m}^{-1}$.



S řešiteli si zašpásovali Jakub a Pavel.

Zase elektron

Označme U přiložené napětí, m_e hmotnost elektronu, e jeho náboj a v jeho rychlost. Co se týče aparatury, nechť vzdálenost mezi elektrodami je d , jejich délka s , vzdálenost mezi koncem elektrody a stínítkem (koncem baňky) l . Konečně odchylku svazku (vzdálenost bodu na stínítku od osy) označme y .

Přivedené napětí vytvoří v prostoru mezi elektrodami homogenní elektrické pole velikosti

$$E = \frac{U}{d}. \quad (1)$$

V tomto elektrickém poli působí na elektron konstantní elektrická síla, která mu uděluje zrychlení

$$a = \frac{eE}{m_e} = \frac{eU}{dm_e} \quad (2)$$

ve směru kolmém k ose baňky.

Přelet elektronu mezi elektrodami trvá dobu

$$T = \frac{s}{v}, \quad (3)$$

za tuto dobu se elektron vychýlí do vzdálenosti

$$y_1 = \frac{1}{2}aT^2 = \frac{1}{2} \frac{eU}{dm_e} \frac{s^2}{v^2} \quad (4)$$

a získá příčnou rychlost

$$v_y = aT = \frac{eUs}{dm_e v}. \quad (5)$$

Za elektrodami je elektron volný a jeho rychlost se zachovává. Pohybuje se proto přímočaře, pod konstantním úhlem, daným složkami rychlosti v_x , v_y , vzhledem k ose baňky. Z podobnosti trojúhelníků zjišťujeme, že odchylka y_2 , kterou elektron získá během této fáze splňuje

$$\frac{y_2}{l} = \frac{v_y}{v}. \quad (6)$$

Když to všechno složíme dohromady, získáme celkovou odchylku elektronu

$$y = y_1 + y_2 = \frac{1}{2} aT^2 = \frac{eUs}{dm_e v^2} \left(l + \frac{s}{2} \right). \quad (7)$$

Vějířek

Jak většina řešitelů správně odhadla, problémem je nestatejná rychlost elektronů. Podle vztahu, uvedeného v seriálu se začnou elektrony, urychlené na rychlost v , v magnetickém poli indukce B pohybovat po kružnici poloměru

$$\rho = \frac{m_e v}{eB}. \quad (8)$$

Protože náboj a hmotnost elektronu jsou konstanty a magnetické pole působí na všechny elektrony stejným způsobem (pole můžeme považovat za dostatečně homogenní), musíme vysvětlení hledat v rozdílné rychlosti.

Různou rychlost získávají elektrony již při svém výletu z anody vlivem různých povrchových podmínek (příměsí, ...) a termického pohybu částic.

Odfiltrování je možné v principu provést více způsoby. Za katodu můžeme například přidat dva otočné kotouče, ve kterých vyřízneme vzájemně pootočené štěrby. Při rotaci obou kotoučů stejnou úhlovou rychlostí propustí aparatura pouze částice, které mají rychlost právě nutnou k překonání vzdálenosti mezi kotouči v době, kterou kotouče potřebují k pootočení druhé štěrby na místo první. O tomto systému jste již jistě slyšeli v souvislosti s prvními měřeními rychlosti molekul.

Další možností je vložit před rozdělovací magnetické pole kombinaci magnetického a elektrického pole takovou, že obě intenzity jsou vzájemně kolmé. Toto pole odchyluje všechny částice kromě těch, které mají rychlost právě nutnou k vyrovnání elektrické a magnetické síly. Po průchodu dostatečně dlouhým takovým polem dostaneme poměrně přesné svazky elektronů, které budou mít rychlosti pouze málo rozptýlené. Po průchodu takto připraveného svazku samotným magnetickým polem tak dostaneme poměrně dobrý obraz.

Data processing

Autor textu pátého dílu seriálu se omlouvá všem řešitelům seriálu, neboť díky jeho chybě byla data uvedená v tabulce přiložené k seriálu nesmyslná. Při výpočtech pak vycházely výsledky, které nekorespondovaly s textem, uvedeným za tabulkou (nábojem, neseným jednotlivými kapkami). Uvedme proto alespoň pro úplnost, jak by se příklad počítal v případě správně zadaných dat a výsledek výpočtů, provedený na zadaných datech.

Pomocí vztahu, uvedeného v zadání seriálu, můžeme vypočítat náboj, který nesou jednotlivé kapičky. O každé kapičce „víme“, jaký nese elementární náboj, proto můžeme z dat pro každou kapičku vypočítat velikost elementárního náboje. Výslednou hodnotu pak získáme jako průměr hodnot pro všechny kapičky, nesoucí nenulový náboj. Po zpracování zadaných dat získáme výsledek

$$e \sim 1,50 \cdot 10^{-19} \text{ C},$$

který uvádíme pouze pro orientaci.

Pavel Motloch

pavel@fykos.mff.cuni.cz