

Milí řešitelé!

Dostává se vám do rukou zadání páté série dvaadvacátého ročníku FYKOSu. Ti úspěšnější z vás se mohou těšit také na pozvánku na druhý ročník Týdne s aplikovanou fyzikou (TSAF), který proběhne od 30. března do 3. dubna. V jeho první den pro vás všechny pořádáme tradiční akci – Den s experimentální fyzikou. Podrobnosti najdete níže. Doufáme, že i letos pro vás bude námi připravený program natolik atraktivní, že na obě události budete ještě dlouho v dobrém vzpomínat.

Pomalou se také blíží termín jarního soustředění – proto pilně řešte, abyste se kvalifikovali mezi skupinku třiceti lidí, kteří začátkem května stráví báječný týden kdesi v českých zemích. Na podzimní soustředění pozveme všechny nejlepší řešitele uplynulého ročníku. Proto pilně počítejte příští série, abyste se stali součástí této party.

Závěrem bychom vám rádi popřáli hodně úspěchů při řešení páté série našeho korespondenčního semináře.

Tomáš Jirotko

Den s experimentální fyzikou

Jako každý rok i letos vás srdečně zveme na tradiční celodenní akci s názvem *Den s experimentální fyzikou* (DSEF), kterou pořádáme přednostně pro řešitele FYKOSu samozřejmě bez ohledu na výsledky v naší soutěži a případně pro jejich přátele a pedagogický doprovod. Dostanete jedinečnou příležitost prohlédnout si nejrůznější zařízení, se kterými fyzikové pracují, seznámit se s aktuální problematikou a nejnovějšími poznatky v experimentální fyzice a také poznat učitele na Matematicko-fyzikální fakultě, kteří jistě rádi zodpoví vaše další dotazy. DSEF se letos uskuteční **v pondělí 30. března 2009** a zároveň bude prvním dnem již téměř tradiční akce TSAF.

Letošní DSEF se po roční přestávce opět vrátí do areálu MFF UK v Tróji. Zde se můžete těšit na důkladnou prohlídku laboratoří Katedry fyziky povrchů a plazmatu. Další exkurze nás zavedou na pracoviště Katedry fyziky nízkých teplot a Katedry jaderné fyziky. Vrcholem celého DSEFu bude exkurze ke školnímu reaktoru VR-01 Vrabec. Proto sledujte web <http://fykos.mff.cuni.cz/cz/dsef>, kde naleznete podrobnější informace o programu DSEF, o organizaci a způsobu přihlášení na akci. Dále tam najdete seznam všech přihlášených účastníků, se kterými si můžete domluvit společnou cestu! Pokud by hrozilo, že byste cestovali sami, můžete v případě volné kapacity přihlásit svého kamaráda se zájmem o fyziku. Rovněž se DSEF bude moci zúčastnit váš pedagogický doprovod.

Přihlášky

K přihlášení prosíme používejte výhradně *webový formulář*, který bude zprovozněn na FYKOSích stránkách <http://fykos.mff.cuni.cz> pravděpodobně **v termínu 4.–22. března**, a před jeho vyplněním se dobře seznamte s pokyny! Ti, kteří nemají přístup na internet alespoň jednou týdně, mohou poprosit svého kamaráda či učitele, aby vás přihlásil, případně si najít veřejný internet v kavárně, městské knihovně či na obecním úřadu. Jiné formy přihlášky již neakceptujeme. Všem přihlášeným zašleme v týdnu před akcí podrobné informace a omluvenku do školy, což zároveň poslouží jako potvrzení vaší účasti. Web sledujte průběžně a k řešení jakékoliv situace co nejdříve použijte email dsef@fykos.mff.cuni.cz!

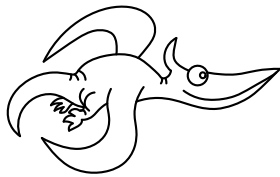
Uzávěrka elektronických přihlášek je **v neděli 22. března 2009**. Neřešitelé FYKOSu – zájemci o fyziku se přihlásí po předchozím souhlasu organizátorů a v případě volných míst. S přihláškami, prosíme, neotálejte, vyjednaná kapacita DSEF, resp. jednotlivých skupin a laboratoří je omezená!

Týden s aplikovanou fyzikou (TSAF)

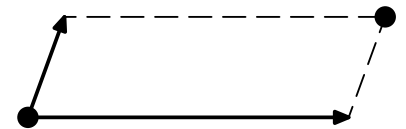
Vybrané nejlepší řešitele FYKOSu i letos čeká *Týden s aplikovanou fyzikou*, jehož náplní budou poněkud větší exkurze na nejrůznější česká vědecko-výzkumná či průmyslová pracoviště, kde hlavní roli hraje právě fyzika. V rámci TSAFu navštívíme pracoviště Ústavu fyziky plazmatu AV ČR na Slovance, kde se podíváme na laserový systém PALS a tokamak Compass-D. Dále se podíváme do plzeňské Škody. Samozřejmě na programu nesmí chybět další elektrárna skupiny ČEZ. A celý týden završíme v Astronomickém ústavu AV ČR v Ondřejově.

Zdeněk Kučka

zdenek@fykos.mff.cuni.cz

**Zadání V. série****Termín odeslání: 13. dubna 2009****Úloha V.1 ... otáčení koberce**

Pomocí dvou různých vektorů v rovině můžeme opakovaným posouváním počátečního bodu dostat nekonečnou mříž bodů (viz obr. 1). (Stejným způsobem vznikne krystal, jen místo bodu posouváme skupinu atomů.) Posunutím celé mříže o jeden z vektorů dostaneme stejnou mříž, tj. každý bod bude nahrazen jiným bodem. Stejně tak se může stát, že otočením celé mříže kolem jednoho bodu o nějaký úhel dostaneme stejnou mříž. Najděte všechny úhly, pro které je to možné, a nakrelete, jak vypadají mřížky s touto rotační symetrií.



Obr. 1

Úloha V.2 ... bitva o Británii

K odhalování nalétávajících bombardérů se používají silné světlomety s úzkým paprskem světla. Jaká bude jeho odchylka od původního směru v závislosti na úhlu natočení zdroje po průchodu atmosférou? Uvažujte, že hodnota indexu lomu s výškou lineárně klesá.

Úloha V.3 ... zeměkoule

Jak rychle musela v době tuhnutí rotovat Země, aby se rovníkový poloměr lišil od polárního právě o tolik, o kolik se liší teď?

Úloha V.4 ... internetová

Mějme rovné optické vlákno. Světelný signál do něj vstupující může mít odchylku od přímého směru až α . Jak nejméně dlouhá musí být časová délka jednoho pulzu, aby šlo určit, zda byl vyslán bit 1, nebo 0, tj. aby aspoň krátký časový úsek byla síla signálu minimální nebo maximální. Délka vlákna je d .

Úloha V.P ... rámus

Pokuste se odhadnout, jakou energii přijme tělo návštěvníka rockového koncertu. Svůj odhad odůvodněte.

Úloha V . E ... záchodová

Změřte, jak vysoko vystříkne voda při upuštění různých těles na vodní hladinu. Studujte závislost na výšce, tvaru a hmotnosti. Jaká část energie se využije na rozvlnění hladiny?

**Řešení III. série****Úloha III . 1 ... tlačence** (4 body; průměr 3,23; řešilo 26 studentů)

Organizátoři si z podzimního soustředění odvezli tlakovou nádobu s vodíkem a na vánoční besídce chtějí udělat pokus. Všechny plyn z ní vypustí do lehkého balonu – tj. bude mít atmosférický tlak. Dokáže takovýto balon uzvednout prázdnou tlakovou nádobu, když víte, že teplota zůstává konstantní? *Z maďarské přípravy na FO od Dalimila vybral Aleš.*

Na balon bude směrem dolů působit tíhová síla, která závisí na váze bomby, váze plynu a váze balonu. Síla je rovna

$$F_G = mg = (m_b + m_H + m_l)g ,$$

kde m_b je hmotnost balonu, m_H je hmotnost vodíku z lahve a m_l je hmotnost lahve.

Směrem vzhůru na něj bude naopak působit vztlaková síla definovaná vztahem

$$F_v = V\rho_v g ,$$

kde objem V je součtem objemů plynu, tlakové lahve a materiálu, z kterého je balon vyroben. Předpokládejme, že objem materiálu balonu a tlakové lahve je zanedbatelný oproti objemu plynu.

Aby balon uzvedl láhev, musí být vztlaková síla větší než síla tíhová, tedy

$$V_H \rho g \geq (m_b + m_H + m_l)g ,$$

$$V_H \rho \geq m_b + m_H + m_l .$$

Nyní zkusme dosadit parametry některého konkrétního typu lahví. Nejběžnější láhev váží 61 kg. Za normálního tlaku zabírá vodík z lahve přibližně $8,9 \text{ m}^3$ a váží 0,75 kg. Hustota vzduchu je zhruba $1,3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

$$8,9 \cdot 1,3 \geq m_b + 0,75 + 61 ,$$

$$m_b \leq -50 \text{ kg} .$$

Aby balon láhev unesl, musela by být hmotnost balonu záporná, což nelze. Balon tedy uzvednout láhev nedokáže.

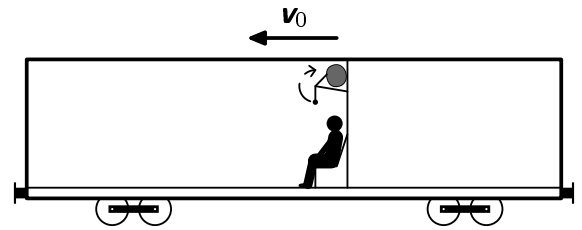
V tlakových lahvích je vodík v kapalně formě, tedy k určení množství vodíku není možné použít stavovou rovnici pro izotermický děj (na což jste téměř všichni zapomněli; myslím, že byste si chybu uvědomili, kdybyste to zkusili vypočítat i pro nějakou konkrétní láhev). Kromě tlaku tedy musíme zjistit buď hmotnost plynu nebo množství plynu (ve specifikaci je obojí).

Jan Jelínek

jjan@fykos.mff.cuni.cz

Úloha III.2 ... *trainstopping* (4 body; průměr 2,16; řešilo 25 studentů)

Honza jede domů vlakem rychlostí v_0 . Z poličky na zavazadla mu z batohu visí olovnice. Najednou vlak začne brzdit (zrychlením a po dobu t), protože na železniční přejezd před ním vjel neopatrný řidič. A Honzu napadne – mohla se olovnice s napnutým provázkem otočit o 180° ? Uvažte, že je olovnice pevně zavěšena na poličce.



Obr. 2. Honza ve vagónu

Z maďarské přípravy na FO od Dalimila vybral Aleš.

Přejdeme do soustavy pevně spojené s vlakem. Když vlak začne brzdit, v soustavě vlaku pozorujeme jednak tíhovou sílu \mathbf{F}_G a jednak také zdánlivou setrvačnou sílu \mathbf{F}_s . V soustavě vlaku můžeme zavést „lokální“ tíhové zrychlení $\tilde{\mathbf{g}} = \mathbf{g} + \mathbf{a}$, dané jako vektorový součet gravitačního a setrvačného zrychlení. Zrychlení $\tilde{\mathbf{g}}$ klidně můžeme nazvat tíhovým, protože předmět v soustavě vlaku volně padá směrem daným $\tilde{\mathbf{g}}$.

Označme α úhel, který svírá $\tilde{\mathbf{g}}$ se svislým směrem. Olovnice pak ale představuje kyvadlo, pohybující se v poli síly $m\tilde{\mathbf{g}}$, přičemž rovnovážná poloha kyvadla je při výchylce $\varphi = \alpha$. Pozorujeme vlastně úplně obyčejné kyvadlo, akorát jsme si pootočili tíhovou sílu a změnili její velikost. Úhel α splňuje

$$\cos \alpha = \frac{g}{\tilde{g}} = \frac{g}{\sqrt{a^2 + g^2}}. \quad (1)$$

Uvažujme, že vlak neustále brzdí. Olovnice bude kmitat kolem rovnovážné polohy $\varphi = \alpha$, přičemž startuje z klidu z počáteční polohy $\varphi = 0^\circ$. Snadno nahlédneme, že její maximální výchylka je $\varphi_{\max} = 2\alpha$. V tom případě se ale olovnice nemůže s napnutým provázkem otočit o 180° , protože rovnovážná poloha $\alpha = 90^\circ$ by nastala jen pro nekonečně velké zrychlení.

Co se ale bude dít, když vlak najednou přestane brzdit? Zmizí setrvačná síla, tedy vodorovná složka působící síly. Uvažme, že $2\alpha < 90^\circ$. Potom „vypnutím“ vodorovné složky síly v libovolné poloze můžeme maximální výchylku jen zmenšit, protože vodorovná složka síly pro úhly $\varphi < 90^\circ$ působí vždy ve prospěch zvětšení výchylky. Nemůžeme proto doufat, že při zpomalení $a < g$ dosáhneme kýžené obrátky o 180° . V polohách $\varphi > 90^\circ$ již ale setrvačná síla působí ve prospěch zmenšení výchylky. Když by tedy pro polohy $\varphi > 90^\circ$ byla setrvačná síla vypnutá, mohli bychom dosáhnout větší maximální výchylky než 2α . Zkoumejme, zda vypnutím setrvačné síly ve vhodnou chvíli můžeme dosáhnout přetočení olovnice s napnutým provázkem.

Z výše uvedeného plyne, že nejvýhodnější pro maximalizaci výchylky je vypnout setrvačnou sílu v poloze $\varphi = 90^\circ$. Uvažujme ale, že ji vypneme v nějaké obecné poloze $\varphi = \beta$.

Formulujme podmínku pro úplné přetočení olovnice s napnutým provázkem. Délku závěsu označme l . V poloze $\varphi = 180^\circ$ je nutné, aby odstředivá síla byla v rovnováze s gravitační. Odtud

$$\frac{mv^2}{l} = mg \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}mv^2 = E_{\text{fin}} = \frac{1}{2}mgl, \quad (2)$$

kde v , E_{fin} značí rychlost a kinetickou energii v poloze $\varphi = 180^\circ$.

Po celou dobu pohybu, ať vlak brzdí, nebo ne, pohybuje se olovnice v poli gravitační síly, která míří kolmo. Potenciální energie příslušející síle \mathbf{F}_G je dána svislou vzdáleností od počáteční polohy, $V_G(\varphi) = mgl(1 - \cos \varphi)$. Když ale vlak brzdí, pohybuje se olovnice rovněž v poli síly \mathbf{F}_s , která míří vodorovně a je konstantní v prostoru i čase. Setrvačné síle ale také potom bude příslušet nějaká potenciální energie V_s . V analogii s gravitačním potenciálem bude její hodnota

dána vodorovnou vzdáleností od počáteční polohy, tedy $V_s(\varphi) = -mal \sin \varphi$. Rozmyslete si, proč tam je minus.

E_{fin} vypočteme jako práci na olovnici vykonanou silami \mathbf{F}_G , \mathbf{F}_s . Práce vykonané po řadě gravitační a setrvačnou silou jsou rovny

$$\begin{aligned} W_G &= V_G(0^\circ) - V_G(180^\circ) = -V_G(180^\circ) = -2mgl, \\ W_s &= V_s(0^\circ) - V_s(\beta) = -V_s(\beta) = mal \sin \beta, \end{aligned}$$

uvědomíme-li si, že setrvačná síla koná práci jen mezi polohami $\varphi = 0^\circ$ a $\varphi = \beta$. Dohromady dostáváme

$$E_{\text{fin}} = W_s + W_G = mal \sin \beta - 2mgl, \quad (3)$$

dosazením za E_{fin} z (2) máme

$$\frac{5}{2}g = a \sin \beta. \quad (4)$$

Nejmenší a takové, že rovnice (4) má řešení, je $a = 5g/2$, čemuž odpovídá úhel $\beta = 90^\circ$. To souhlasí s naší výše uvedenou předpovědí, že nejvýhodnější je „vypnout“ setrvačnou sílu pro $\varphi = 90$.

Takže $a = 5g/2$ je minimální zrychlení, při kterém lze v ideálním případě dosáhnout obrátky o 180° . Tomuto zrychlení odpovídá $\alpha = 68,2^\circ$. Vlak však musí přestat brzdit přesně ve chvíli, kdy je $\varphi = 90^\circ$. Přesný čas T , za který v tomto případě dosáhne olovnice výchylky $\varphi = 90^\circ$, již nelze vypočítat pomocí přiblížení malých kmitů, protože naše výchylky jsou velké.

Moment síly působící na olovnici je určen vztahem $M = m\tilde{g}l \sin(\varphi - \alpha)$, přičemž M lze zdola omezit výrazem $M_- = m\tilde{g}l\varphi \sin \alpha/\alpha$ a shora omezíme výrazem $M_+ = m\tilde{g}l\varphi$. Kyvadla, na něž působí M_- a M_+ jsou již harmonické oscilátory, jejichž úhlové frekvence jsou po řadě

$$\omega_- = \sqrt{\frac{l \sin \alpha}{\tilde{g}\alpha}} \quad \text{a} \quad \omega_+ = \sqrt{\frac{l}{\tilde{g}}}.$$

Olovnice kmitá rychleji než ω_- a pomaleji než ω_+ . Například pro $l = 20$ cm číselně získáváme $T = (0,17 \pm 0,01)$ s, přičemž T roste s odmocninou l . Pro $a = 5g/2$ za čas T vlak zpomalí zhruba o 15 km/h. Zrychlení $a = 25 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ je hodně velké (odpovídá zpomalení z devadesátky na nulu za jednu sekundu a vyžaduje koeficient klidového tření $f = 5/2$) a můžeme vytušit, že pokud se olovnice přetočila, vlak pravděpodobně na přejezdu narazil do auta a Honza se navíc asi pěkně potloukl...

Pro zrychlení ještě větší než $a = 5g/2$, dostaneme dva úhly β_1, β_2 řešící rovnici (4). Tyto úhly jsou rozloženy symetricky okolo úhlu 90° . Bude-li výchylka olovnice v intervalu (β_1, β_2) a olovnice bude ve stoupavém pohybu, pak se při náhlém brzdění vlaku přetočí s napnutým provázkem. Dojde-li k ukončení brzdění při sestupném pohybu olovnice, přetočení samozřejmě nelze dosáhnout.

Práce W_s je vždy menší než $mv_0^2/2$. Podle (3) je potom pro přetočení s nataženým provázkem bezpodmínečně nutné, aby $v_0 > \sqrt{5gl}$. Stejně tak je zřejmě nutné, aby $v_0 > aT$. Čím delší je provázek, tím je třeba větší počáteční rychlosti v_0 .

Poznámky k došlým řešením

Dvěma body jsem zpravidla oceňoval důležitou myšlenku, že olovnice při brzdění kmitá jako kyvadlo kolem nové rovnovážné polohy. Rovněž jsem bodem oceňoval zjištění, jakou minimální

rychlost musí mít olovnice ve vrchní poloze, aby zůstal provázek napnutý. Řešitelé, kteří si uvědomili, že klíčovou roli sehraje ukončení brzdění, dostali další body. Zcela správně měl řešení pouze *Ján Bogár*, za což si vysloužil bod navíc oproti *Studentu Pilnému*, který tentokrát udělal hloupou numerickou chybu.

Marek Scholz

mara@fykos.mff.cuni.cz

Úloha III.3 ... zachraňte hélium (3 body; průměr 2,29; řešilo 31 studentů)

Na pouti v Dolním Dvoře mají novou atrakci, héliem plněné mýdlové bubliny, které se téměř nehybně vznášejí ve vzduchu. Co je těžší? Hélium v bublině, nebo její stěna?

Z maďarské přípravy na FO od Dalimila vybral Aleš.

První, co si musíme uvědomit, je fakt, že se bubliny plněné héliem ve vzduchu vznášejí. Tedy ani neklesají k zemi, ani se nesnaží někam odletět, což nám dává podmínku, že síly působící na bublinu musí být v rovnováze. V našem případě se jedná o sílu tíhovou a vztlakovou

$$F_G = F_{vz} \Rightarrow m_{\text{He}}g + m_{\text{b}}g = Vg\rho_v \Rightarrow \rho_{\text{He}}V_{\text{He}} + \rho_v V_v = V\rho_v. \quad (5)$$

Veličiny vztahující se k héliu jsou označeny indexem He, veličiny vztahující se ke vzduchu indexem v a veličinám vztahujícím se k bublině náleží index b. V tuto chvíli se zamyslíme nad tím, jak celý problém vypadá. Máme nějakou bublinu o poloměru r s tloušťkou d , kde $r \gg d$. Pokud budeme počítat objem slupky, první, co nás často napadne, je vypočítat objem celé bubliny ze známého vzorce $4\pi r^3/3$ a pak si vyjádřit odečtením vnitřku. Nicméně bude třeba se zamyslet nad tím, že d zde bude vystupovat ve třetí mocnině a třetí mocnina hodně malé hodnoty, kterou tloušťka bubliny bezesporu je, je ještě menší, než původní hodnota. Jinak řečeno, budeme aproximovat. Zanedbáme d ve vyšší než první mocnině a podíváme se, jak po aproximaci bude vypadat vzorec pro objem kulové slupky.

$$V = \frac{4}{3}\pi ((r+d)^3 - r^3) = \frac{4}{3}\pi (r^3 + 3r^2d + 3rd^2 + d^3 - r^3) \approx 4\pi r^2 d.$$

Nyní vyjádříme objemy v rovnici (5) a celou ji přepíšeme do tvaru

$$4\pi r^2 \left(\rho_b d + \rho_{\text{He}} \frac{r}{3} \right) = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_v.$$

Tloušťku bubliny pak můžeme vyjádřit jako

$$d = \frac{r}{3} \frac{\rho_v - \rho_{\text{He}}}{\rho_b}.$$

Výraz pak dosadíme do poměru hmotností stěny a hélia

$$\frac{m_{\text{b}}}{m_{\text{He}}} = \frac{4\pi r^2 d \rho_b}{\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{\text{He}}} = \frac{\rho_v - \rho_{\text{He}}}{\rho_{\text{He}}}.$$

Pro vzduch můžeme použít hodnotu $1,29 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ a pro hélium $0,18 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$; není třeba hustotu hélia vyjadřovat ze stavové rovnice, tabulková hodnota je dostačující a správná. Stěna bubliny pak vychází zhruba o třetinu těžší, než hélium v ní.

Co se změní, když budeme uvažovat i kapilární tlak? V takovou chvíli musíme zvážit, že tlak v bublině je součtem tlaku atmosferického a kapilárního $p = p_{\text{atm}} + p_{\text{k}}$. Pro kapilární tlak

platí vzorec $p_k = 2\sigma/r$, nicméně my musíme započítat dva povrchy bubliny, takže $p_k = 4\sigma/r$. Tlak pak dosadíme do stavové rovnice ideálního plynu, neboť se nacházíme ve vcelku ideálních podmínkách, při kterých stavová rovnice platí.

$$\begin{aligned} pV &= nRT, \\ pV &= \frac{m_{\text{He}}}{M_{\text{m(He)}}} RT, \\ \left(p_{\text{atm}} + \frac{4\sigma}{r}\right) \frac{4}{3} \pi r^3 &= \frac{m_{\text{He}}}{M_{\text{m(He)}}} RT. \end{aligned} \quad (6)$$

V rovnosti (6) jsou až na hmotnost hélia všechno známé konstanty; plynová konstanta $R = 8,31 \text{ K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$, povrchové napětí mýdla $\sigma = 4 \cdot 10^{-2} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ a molární hmotnost hélia $M_{\text{m(He)}} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$. Hmotnost můžeme vyjádřit jako

$$m_{\text{He}} = \frac{4}{3} \pi R^2 (p_{\text{atm}} R + 4\sigma) \frac{M_{\text{m(He)}}}{RT}.$$

Pro jednoduchost počítejme s konstantní teplotou T . Hmotnost hélia uvnitř bubliny pak dosadíme do rovnice (5).

$$\frac{4}{3} \pi r^2 (p_{\text{atm}} r + 4\sigma) \frac{M_{\text{m(He)}}}{RT} + m_b = \rho_v \frac{4}{3} \pi r^3.$$

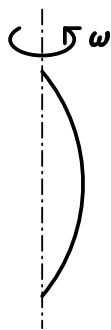
Nyní zkusme uvážit, jak by musela vypadat bublina, pro kterou by platilo, že hmotnost hélia se rovná hmotnosti stěny bubliny. Jedná se o krajní případ, který nám ukáže, jestli je třeba pro průměrně velkou bublinu kapilární tlak uvažovat. Z výše uvedené podmínky rovnosti hmotností zjistíme poloměr bubliny

$$r = \frac{4\sigma}{\frac{RT\rho_v}{2M_{\text{m(He)}}} - p_{\text{atm}}}.$$

Dosadíme-li všechny konstanty, zjistíme, že poloměr takové bubliny se pohybuje okolo 600 nm. Pro obyčejnou, okem viditelnou bublinu se tedy nemusíme zabývat tím, jaký je v ní tlak, hmotnost hélia v bublině to nijak zvlášť neovlivní, a tak můžeme s klidem prohlásit, že stačí počítat s Archimédovým zákonem a gravitací. Finální závěr tedy zní, že stěna bubliny je těžší než hélium v ní.

Jana Poledníková

janap@fykos.mff.cuni.cz



Obr. 3

Úloha III.4 ... vánoční řetěz (4 body; průměr 1,69; řešilo 16 studentů)

Jakub se o přednášce nudil, z batohu si vytáhl řetízek, chytil jej na dvou místech mezi prsty a začal s ním točit úhlovou rychlostí ω jako na obrázku 3. Marek to uviděl a zeptal se Jakuba, jaký tvar má rotující řetízek. Co mu Jakub odpověděl, když zanedbal vliv tíhového pole? Na přednášce vymyslel Jakub M.

Nejdříve musíme vymyslet postup, pomocí něhož úlohu vyřešit. Pokud bychom měli tyčku v nějakém údolí a hledali rovnovážnou polohu, princip by byl jednoduchý: Hledej polohu s nejnižším těžištěm. Těžištěm rozumíme hmotný střed tělesa, v němž

leží působíště tíhové síly. Podobně bychom mohli hledat působíště odstředivé síly a vybrat takový tvar řetězu, který ho má nejdále od osy otáčení. Zobecnění platné v mechanice zní: Potenciální energie V má ve stabilní poloze minimum. Kousku délky $ds = \sqrt{1 + (y')^2} dx$ přísluší potenciální energie odstředivé síly úměrná $y^2 ds$. Podmínku minima zapisujeme

$$\delta \int y^2 \sqrt{1 + (y')^2} dx = 0$$

(meze se berou $-d/2$ a $d/2$). Stále jsme neuplatnili podmínku $\int \sqrt{1 + (y')^2} dx = l$, z níž plyne $\delta \int \sqrt{1 + (y')^2} dx = 0$. Roznásobíme výraz vhodnou konstantou λ , aby souhlasil rozměr, a přičteme novou variační rovnici k původní, obdržíme

$$\delta \int (y^2 + \lambda) \sqrt{1 + (y')^2} dx = 0.$$

Už Platón¹ věděl, že z této podmínky plyne zachování veličiny

$$C = \frac{(y')^2 (y^2 + \lambda)}{\sqrt{1 + (y')^2}} - (y^2 + \lambda) \sqrt{1 + (y')^2}.$$

Označíme-li $y_0 \equiv y(0)$, máme podmínku $C = -(y_0^2 + \lambda)$. Proto se derivace rovná

$$y' = -\sqrt{\left(\frac{y^2 + \lambda}{y_0^2 + \lambda}\right)^2 - 1}.$$

Shrňme ještě okrajové podmínky:

- a) $y(d/2) = 0$;
- b)

$$\int \sqrt{1 + (y')^2} dx = l \quad \Rightarrow \quad \int_0^{y_0} \frac{(y^2 + \lambda) dy}{\sqrt{\left(\frac{y^2 + \lambda}{y_0^2 + \lambda}\right)^2 - 1}} = 2l (y_0^2 + \lambda).$$

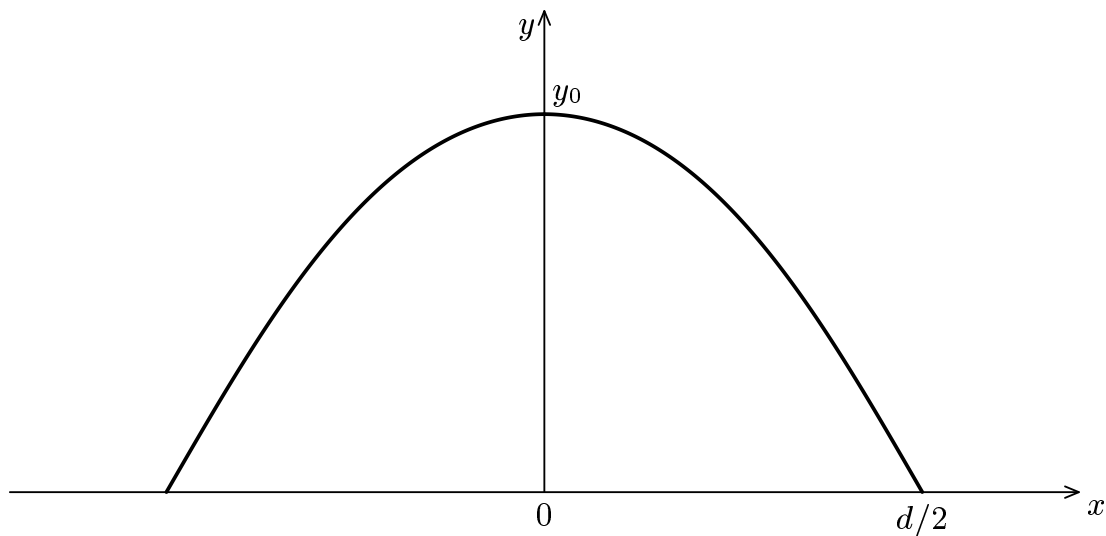
Z okrajových podmínek vyjádříme neznáme konstanty y_0 a λ pomocí konstant l a d . Rovnici lze řešit například těmito postupy. Buď můžeme rovnici pro derivaci separovat a vyjádřit $x(y)$, do níž pak „dosadíme“ počáteční podmínky, nebo můžeme vyjádřit $y(x)$ Taylorovým rozvojem $y(x) = y_0 + y'' x^2/2 + y^{(4)} x^4/4! + \dots$, kde derivace vyjádříme

$$y'' = \frac{dy'}{dx} = \frac{dy'}{dy} y' = - \left. \frac{2y \left(\frac{y^2 + \lambda}{y_0^2 + \lambda}\right)}{y'} y' \right|_{y_0} = -2y_0,$$

$$y^{(4)} = -\frac{4y_0 (3y_0^2 + \lambda)}{(y_0^2 + \lambda)^2}$$

¹) Viz vánoční text „Myšlenka variačního počtu“, na který je odkaz v diskusi na našich webových stránkách.

atd. Problém samozřejmě spočívá v tom, že pokud funkci rozvineme do n -tého řádu, musíme řešit algebraickou rovnicí n -tého řádu pro podmínku (a) a musíme vypočítat integrál v podmínce (b). Zbývá tedy numerické řešení diferenciální rovnice, které hledejte na obrázku. Pokud bychom se měli omezit na elementární funkce, zvolíme přiměřeně přesné řešení s funkcí kosinus.



Obr. 4. Počítačově modelovaný tvar křivky

K došlým řešením: Většina řešitelů, kteří se ke tvaru vyjádřili, hádala elipsu. Taková řešení měla vesměs tuto domněnku na prvním řádku a pak ji detailně rozebírala. Další řešitelé tipovali řetězovku (tvar řetězu v gravitačním poli) nebo parabolu. Jediné správné řešení Jana Humplíka používalo klasický postup podmínek rovnováhy.

Jakub Michálek

jmi@fykos.mff.cuni.cz

Úloha III.P ... titanový život (5 bodů; průměr 3,38; řešilo 8 studentů)

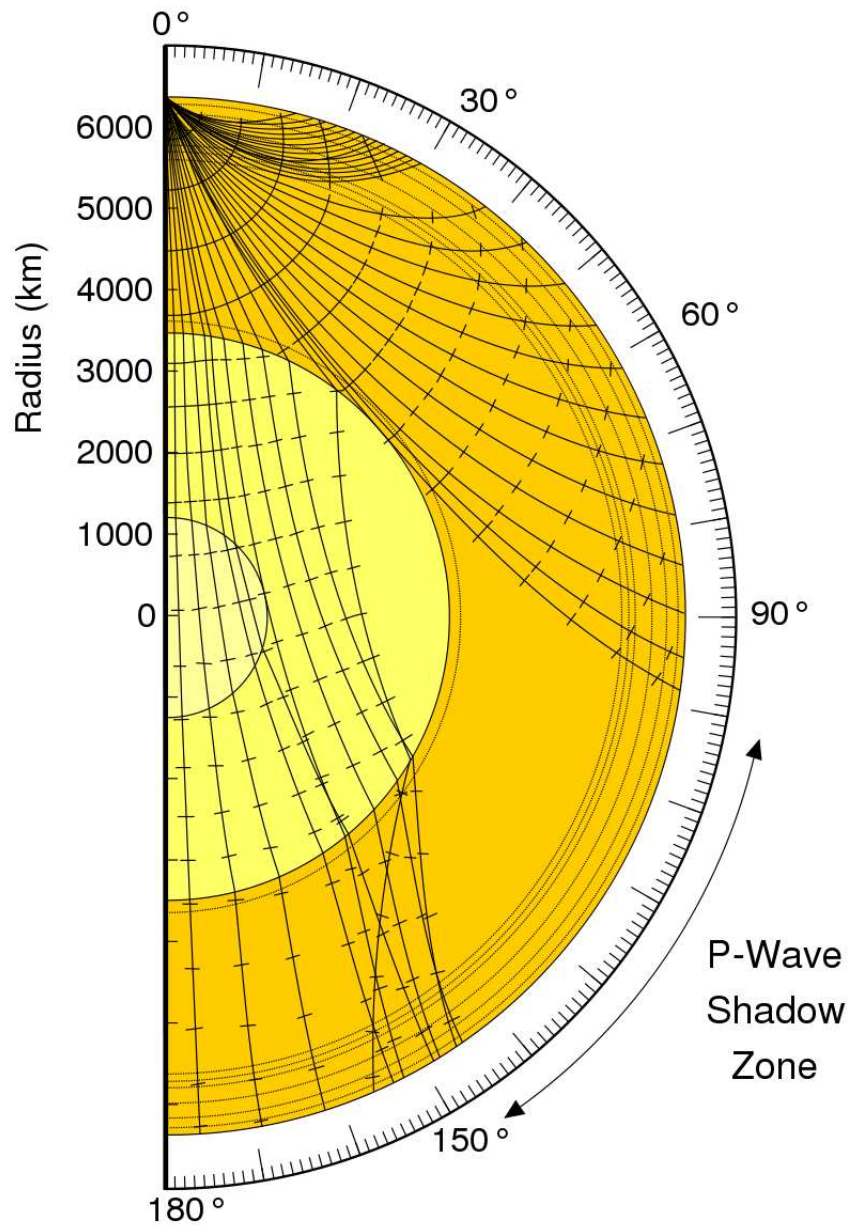
Titan – družice Saturnu – je mrazivý svět (povrchová teplota asi 94 K) s mohutnou dusíkovou atmosférou, ledovým povrchem a uhlovodíkovými jezery. Radar na sondě Cassini obíhající Titan zjistil, že povrchové útvary rotují rychleji než měsíc sám (asi o $0,36^\circ \text{rok}^{-1}$). Vědecké zdůvodnění zní, že působením větru se mění rotace ledové vrstvy, která plave na podzemním oceánu. O rotaci měsíce se předpokládá, že je synchronizována s oběhem Titanu kolem Saturnu.

Další indicii podzemního oceánu poslala sonda Huygens, která po oddělení od Cassini přistála na povrchu Titanu. Během klesání atmosférou naměřila relativně silné radiové elektromagnetické vlny o frekvenci asi 36 Hz. K odrazu a zesílení radiových vln může dojít na vodivém prostředí, jako je právě rozhraní vody a ledu pod povrchem.

Poradte expertům NASA, jakými metodami by mohla současná nebo budoucí sonda k Titanu potvrdit nebo vyvrátit existenci podzemního oceánu.

V aktuálním dění zaujalo Honzu P.

Úvodem zmiňme nejpřímochařejší metodu – hlubinný vrt, kterou nezapomněl zmínit nikdo z řešitelé. Nejhlubší geologické vrty na současné Zemi jsou však dlouhé kolem deseti kilometrů, zatímco odhadovaná tloušťka pevné povrchové slupky Titanu je až kolem sta kilometrů, tudíž realizace takového postupu by byla minimálně technicky velmi náročná. Na druhou stranu na zmíněném měsíci byla pozorována kryovulkanická aktivita (sopky chrlící plyny a sníh), která naznačuje, že v kůře musí být velmi dlouhé komíny, kterými materiál stoupá k povrchu. Jejich výskyt po celém povrchu by existenci celoplanetárního podkorového oceánu podpořil.



Obr. 5. Šíření seismických vln

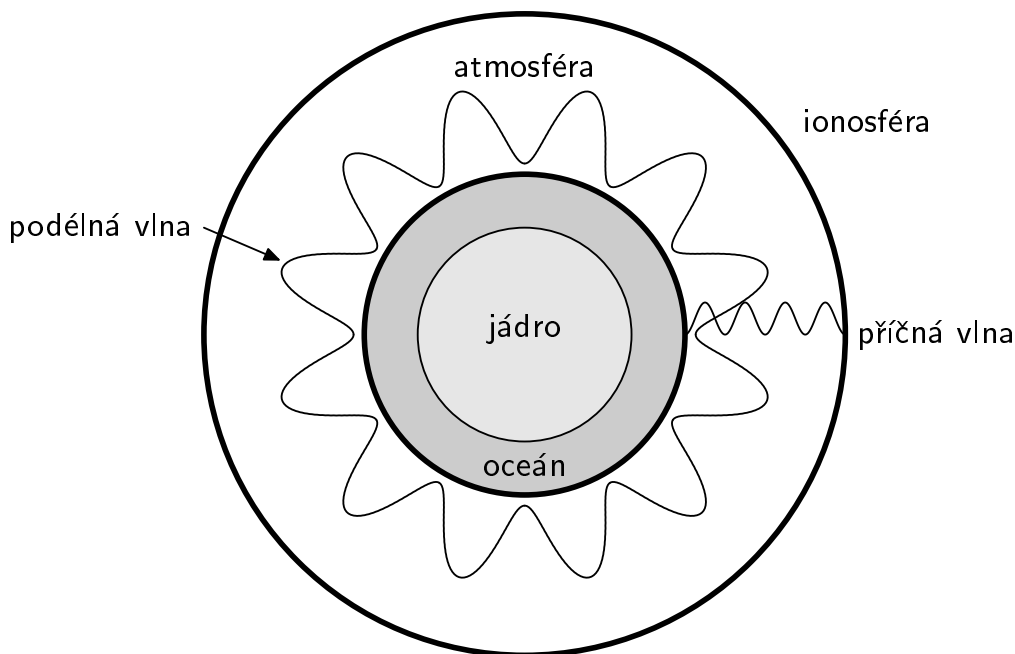
Druhá klasická metoda je využití geofyzikálních poznatků, zejména těch ze seismologie. Když na Titanu, stejně jako na Zemi, dojde k zemětřesení, vzniknou v tělese planety dva druhy vln – podélné („primární“) vlny a vlny příčné („sekundární“), které je pro mohutné otřesy možné detekovat prakticky po celém povrchu. Každý z obou druhů se šíří různou rychlostí. Pro podélné vlny je $v_p \sim \sqrt{E/\rho}$, kde E je modul pružnosti materiálu v tahu a ρ jeho hustota; pro příčné vlny bude ve vztahu vystupovat modul pružnosti ve smyku. Protože v kapalině jsou tečná napětí (a tedy i smykový modul pružnosti) velmi malá ve srovnání s těmi v pevném materiálu, příčné vlny se v ní prakticky nešíří a tak tekutým materiálem projdou jen vlny podélné. Jiná rychlost vlny v jiném prostředí s sebou nese, podobně jako v optice, zákon lomu, takže existence tekuté vrstvy se projeví jako „stín“ v podélných vlnách, jak je naznačeno na následujícím obrázku (je sice kreslený pro Zemi a její tekuté vnější jádro, ale podobná myšlenka bude platit i na Titanu). Podobně dochází i k úplnému odstínění příčných vln, jak už bylo řečeno. Ani tento způsob není jednoduché provést – je potřeba mnoho měřicích

stanic rozmístěných po povrchu a kvůli chybějící dynamické tektonice, kterou známe z našeho domovského světa, i uměle vytvořené zemětřesení.

Jako další možnost někteří navrhovali odporové profilování a jemu podobné metody využívající měření odporu mezi mnoha dvojicemi povrchových bodů (typicky od sebe vzdálených kolem dvaceti metrů). Ze získaných dat se sestaví vodivostní mapa podloží a na té lze pak identifikovat oblasti vodivější (tedy vodu) a méně vodivé (tedy horninu). Takový postup se sice používá při hledání podzemních dutin v geologické praxi, nicméně účinný dosah metody je v řádu nejvýše desítek metrů. Lze ale předpokládat, že při použití pokročilejšího vybavení, silnějších zdrojů a detektorů a také samozřejmě měření odporu mezi místy podstatně vzdálenějšími, by bylo možné uspět i takto.

Zajímavá metoda je použití tzv. *Schumannových rezonancí*. Představme si dutinu ve tvaru mezikouli, ohraničenou vodivými plochami a vyplněnou špatně vodivým materiálem. Může se jednat ze vně například o ionosféru planety a zevnitř o hladinu oceánu (řez na obr. 6).

Vlivem vnitřním (např. blesk) nebo vnějším (např. interakce s magnetosférou jiné planety) můžeme v dutině vybudit elektromagnetickou vlnu, která podobně jako ve známé Kundtové trubici při správné budící frekvenci vytvoří stojaté vlnění. To se může vyskytnout ve dvou odlišných formách (*modech*) – jako vlna rovnoběžná s vodivými plochami (říkejme jí podélná) a jako vlna napnutá mezi nimi (příčná). Protože v každém bodě je elektrické pole určené jednoznačně, musí při oběhu planety dokola mít podélné vlnění stejnou fázi, tedy je potřeba, aby



Obr. 6. Schumannovy rezonance

první mod byl uzavřený (na obrázku). Dále platí, že příčná vlna se rozhraní dotýká v bodech, kde má nulovou amplitudu (v uzlech – jako ve zmíněné akustické analogii). Takové vlny však nemohou mít libovolnou vlnovou délku, ale jen několik vybraných. Z teorie se dají určit vlastní frekvence takového rezonátoru, totiž frekvence, které jsou jím zesíleny. Pro podélné vlny jsou to frekvence

$$f_n \approx \frac{c}{2\pi R} \sqrt{n(n+1)},$$

kde c je rychlost světla, R poloměr vnitřní vodivé plochy a n řád modu. Zjištěním rezonančních frekvencí obou modů bychom byli schopni určit poloměr hladiny případného podpovrchového oceánu. Naopak absence rezonancí by mluvila proti jeho existenci. Samozřejmě by muselo

předcházet důkladné proměření vodivosti atmosféry, protože Titan nemá jednoznačně rozpoznatelnou ionosféru a vodivost atmosféry se mění postupně s rostoucí výškou.

Jakub Benda

jakub@fykos.mff.cuni.cz

Úloha III . E ... ve víně je pravda (8 bodů; průměr 5,69; řešilo 16 studentů)

Vyzkoušejte si následující pokus. Naplňte až po okraj stejné sklenice vína a vody. Na tu s vodou položte list papíru, sklenici otočte a položte na sklenici s vínem tak, aby jejich okraje lícovaly (konečný stav vidíte na obrázku). Teď, když opatrně vytáhnete papír tak, aby v kruhu vytyčeném okrajem sklenic vznikla malá mezírka, dojde k zajímavému jevu. Obsahy sklenic se vymění, aniž by se smísily (pokus trvá poměrně dlouho, buďte trpěliví). Zkuste se zamyslet proč, ale hlavně úkaz pořádně prozkoumejte. Zjistěte, jak závisí doba výměny na ploše mezírky, koncentraci alkoholu a jiných parametrech podle vašeho uvážení. Proběhne i pro jiné kapaliny? Například pouze obarvenou vodu, mléko, olej, ...

Na přednášce na vlastní oči viděl Jakub M.

Teorie

Úvodem poznamenejme, že tato úloha byla spíše hravou nežli experimentální v pravém slova smyslu. Přesto bychom se však měli zamyslet nad všemi jevy, které během našich hrátek můžeme pozorovat.

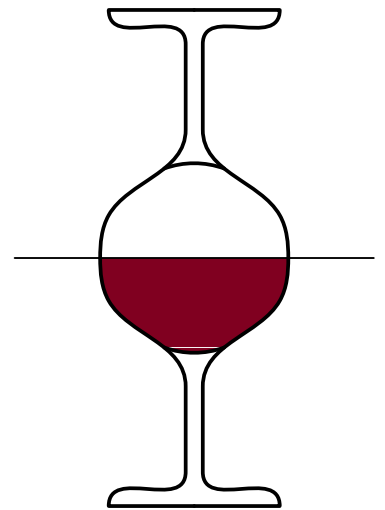
V první řadě jde o trik s otočením sklenice dnem vzhůru. Jak je možné, že voda nevyteče? Odpověď je všude kolem nás – atmosférický tlak. Je zřejmé, že na papírovou membránu „přilepenou“ na otočené sklenici působí tíhová síla papíru a vody a dále síla, kterou způsobuje tlak okolního vzduchu, a síla způsobená povrchovým napětím vody. Toto napětí je rovněž zodpovědné za to, že voda ze sklenice nevyteče, ani když mezi jejím okrajem a listem papíru vytvoříme drobnou mezírku. Analogicky, když pak dáme sklenice na sebe, může se stát, že při malém otvůrku mezi oběma kapalinami nedojde k jejich promísení. Štěrbina proto musí být dostatečně velká, abychom tento problém překonali.

Na druhou stranu, bude-li otvor zase příliš velký, může dojít k vytvoření víru a promíchání se vody s vínem, kvůli čemuž je od sebe již neoddělíme. Je tudíž třeba dbát na pozvolné a opatrné vytahování listu papíru z prostoru mezi sklenicemi.

I víno totiž obsahuje značné množství vody (podle odrůdy kolem 80 %) a s vodou se poměrně snadno mísí, čehož využívají nepoctiví obchodníci. Naproti tomu alkoholu je ve víně zhruba 9 až 15 %. Zbytek tvoří cukry, barviva, aromatické látky a podobně. A dostáváme se konečně k jádru problému. Alkohol má mnohem nižší hustotu nežli voda ($0,79 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$). Když tedy obě sklenice propojíme malým otvorem, řidší víno se postupně dostane nad hustší vodu. Vytvoříme-li otvor příliš velký, dojde k jejich promíchání a kouzlo se nepovede.

Zajímavou otázkou je, jak závisí rychlost výměny na podmínkách pokusu. Je zřejmé, že pro různé kombinace různých kapalin bude tento čas odlišný. Rychlost procesu bude především záviset na rozdílu hustot použitých látek. Kromě vody budeme používat $\rho_{\text{olej}} = 910 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, $\rho_{\text{víno}} = 960 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ a $\rho_{\text{mléko}} = 1030 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$.

Dalším parametrem by měly být rozměry použitých sklenic a vzniklé štěrby. Kromě těchto faktorů hraje roli také viskozita kapalin, ale víno i voda jsou na tom z tohoto hlediska dobře,



Obr. 7. Cabernet Sauvignon

a s pomalu tekoucími látkami, jako je třeba med, experimentovat nebudeme. Zajímavé bude také prozkoumat tento jen s ohledem na různá povrchová napětí použitých kapalin. Ta ovšem závisejí na teplotě. Proto budeme všechny pokusy provádět při pokojové teplotě. Připomeňme, že voda má povrchové napětí oproti ostatním látkám o dost vyšší ($\sigma_{\text{voda}} = 72,7 \text{ mN/m}$). Pro představu uvedme také povrchová napětí dalších užívaných látek: $\sigma_{\text{mléko}} = 52 \text{ mN/m}$, $\sigma_{\text{olej}} = 33 \text{ mN/m}$ a $\sigma_{\text{vino}} \approx 45 \text{ mN/m}$. Pro různé druhy vín se hodnoty velmi liší, neboť závisí na kvalitě zkoumaného vína. Známé „řetízkování“ na povrchu sklenice je způsobeno jeho nízkým povrchovým napětím.

Provedení experimentu

Ukázalo se, že vlastní provedení experimentu vyžaduje značnou zručnost. Velmi důležité je zvolit vhodný papír. Nesmí být příliš velký, aby se neodchlipoval od sklenice, ale ani příliš malý, aby nedošlo k jeho deformaci vodou a jejímu následnému vylití. Papír musí být rovněž dostatečně pevný kvůli tomu, že jej budeme vytahovat ze sevření sklenicemi. Vhodné je proto použít například čtvrtku nebo zatavený papír, který jsme používali i my.

Poznamenejme, že budeme vždy sklenici s hustší kapalinou umísťovat nahoru a sledovat čas, po který tato tekutina klesá dolů. V opačném případě k žádnému procesu mísení ani výměně pozic nedochází. Během experimentování jsme používali malé skleničky o objemu 70 cm^3 , průměru horní podstavy 45 mm a výšce 47 mm .

Naše výsledky nebudeme prezentovat kvantitativně, neboť se nám žádný experiment nepovedl zcela do kýženého konce (vyjma kombinace vody s olejem), a proto se musíme spokojit pouze s kvalitativním popsáním celého triku².

Téměř okamžitě po vytvoření mezírky se začne víno dostávat nahoru a jeho místo v dolní sklenici vyplní voda. Jestliže je štěrbinu příliš velká, je tento proces natolik bouřlivý, že se obě tekutiny promíchají. Nicméně i přesto je patrné, že voda v horní sklenici je tmavší, a tedy víno je zde koncentrovanější.

Pokud jsme však štěrbinu vytvořili příliš malou, nejmenší možnou, kdy se víno začalo dostávat nahoru, ukázalo se, že proces je příliš pomalý, a také došlo ke smísení obou tekutin. Jako optimální je proto vysunout papír zhruba jeden až tři milimetry a nechat jev probíhat. Po přibližně deseti minutách se situace ustálila, i když ani tehdy nebyly kapaliny zcela vyměněny. V dolní skleničce zůstalo trochu vína a stejně tak i v horní trochu vody. Ani po několika hodinách tyto části nevyměnily své pozice.

Při použití jiných tekutin se jako zajímavá jeví dvojice olej a voda, neboť tyto se spolu při pokojové teplotě vůbec nemísí. Výměna pozice mezi olejem a vodou probíhala doslova bleskově a byla navíc doprovázena zajímavým efektem. Jakási slizká hmota se po vytvoření dostatečně velké mezery (v našem případě asi třetiny průměru) náhle „vyhoupla“ nad list papíru.

Pokud jde o mléko a vodu, tak tato dvojice se chová podobně jako víno s vodou. Po zhruba deseti minutách jsme experiment ukončili s podobným výsledkem, avšak s tím rozdílem, že voda byla lehce mléčně zakalená. Ani při opakování pokusu jsme nedosáhli lepšího výsledku; voda vždy zůstala stejně zakalená i po značném čase.

²⁾ Na internetu existují i poměrně zdařilé záznamy podobných experimentů, například na adresách <http://www.youtube.com/watch?v=TjJJoVqL8tE>, http://www.youtube.com/watch?v=_snBMLwnWcM.

Poznámky k došlým řešením

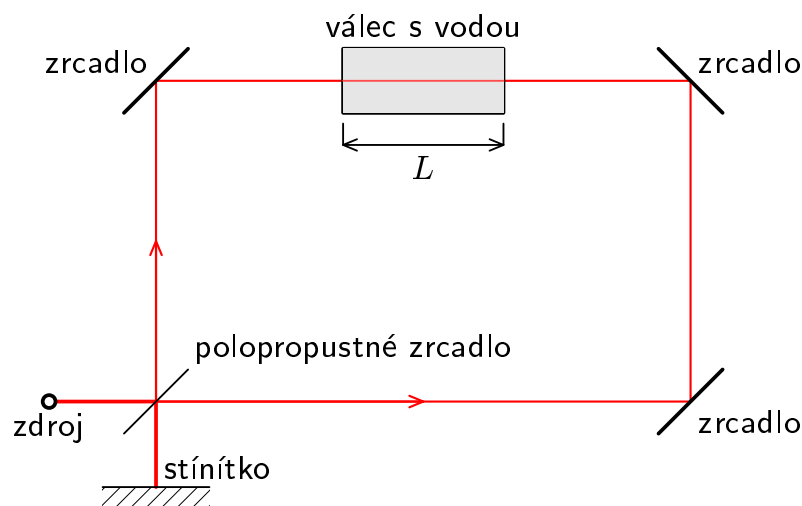
Našli se řešitelé, kteří byli v experimentování šikovnější, kapaliny se jim podařilo „přelít“, aniž by použili třetí skleničku. Někteří svá řešení dokonce obohatili o fotografie. Nicméně je škoda, že nezměřili konkrétněji časové závislosti.

Tomáš Jirotko

byrot@fykos.mff.cuni.cz

Úloha III.S ... céčková (6 bodů; průměr 3,50; řešili 4 studenti)

- a) Představte si, že vezmete dostatečně silný laser, vyzařující světlo vlnové délky 400 nm, a posvítíte s ním na Měsíc. Od jeho povrchu se vyzářené světlo odrazí a vrátí se zpět. Předpokládáme-li, že laser vyzařuje skrze kruhový otvor průměru 1 cm, jaký bude na zemském povrchu průměr paprsku navracejícího se po odrazu zpět? Poradíme vám, že to bude o poznání více než 1 cm.
- b) V této úloze předpokládejte, že éter skutečně existuje, a předpovězte, jak by to dopadlo, kdyby Michelson prováděl svá měření jiným způsobem: Jedno rameno by nechal dlouhé 5 metrů, zatímco druhé by bylo dlouhé 10 m. Takto připravená aparatura by vytvořila nějaký interferenční obrazec. Poté by Michelson celou soustavou otočil o 90° , takže by si obě ramena vyměnila místa. V průběhu tohoto otáčení by docházelo k posunům interferenčních proužků³. Jak by se v uvedené aparatuře posunuly interferenční proužky při naznačené rotaci? Jak dlouhé by muselo být delší rameno, aby se interferenční proužky vyměnily, tedy aby se rotací maxima posunula na minima?
- c) V následující úloze předpokládejte, že éter existuje a že těleso pohybující se v éteru jej úplně strhává, takže relativní rychlost tělesa vůči éteru je nulová. Jaký fázový posun by poté vznikl mezi dvěma paprsky v soustavě naznačené na obrázku?



Světlo ze zdroje se na polopropustném zrcadle rozdělí na dva svazky a pokračuje po dokonale obdélníkové dráze zpět na polopropustné zrcadlo, kde vystupuje na stínítko, na kterém sledujeme interferenční proužky. Po cestě jsou oba paprsky třikrát odrazeny na zrcadle a procházejí válcem délky L naplněným vodou. Celá soustava kromě válce s vodou (ten je vůči éteru v klidu, nezapomeňte) se vůči éteru pohybuje rychlostí v směrem vpravo.

Zadali autoři seriálu.

³⁾ Představte si rotující dvojtěšterbinu.

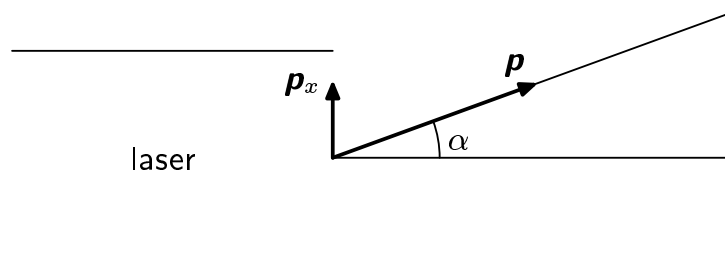
Svítime na Měsíc

Jediná finta, která se pojí s první úlohou, je využití Heisenbergova principu neurčitosti. Když se podíváme na foton právě vyletující z laseru, vidíme, že jeho poloha je určena s nepřesností řádově rovnou poloměru kruhového otvoru, v našem případě tedy $\Delta x \approx 0,5 \text{ cm}$. Podle Heisenbergova principu neurčitosti je potom velikost p_x hybnosti fotonu ve směru kolmém ke směru šíření rovna alespoň

$$\Delta p_x \approx \frac{\hbar}{2\Delta x}.$$

Podle obrázku 8 je potom úhel popisující rozšiřování paprsku roven (užíváme aproximaci malých úhlů)

$$\alpha = \arctg \frac{p_x}{p} \approx \frac{p_x}{p}.$$



Obr. 8. Rozbíhání paprsků laseru

Celkovou hybnost fotonu můžeme vyjádřit ze znalosti jeho vlnové délky⁴

$$p = \frac{E}{c} = \frac{2\pi\hbar f}{c} = \frac{2\pi\hbar}{\lambda}.$$

Po dosazení dostaneme úhel rozptylu

$$\alpha = \frac{\lambda}{4\pi\Delta x}.$$

Poloměr skvrny, která vznikne po odrazu od Měsíce, vzdáleného L od Země, je tedy

$$R = 2\alpha L = \frac{\lambda L}{2\pi\Delta x},$$

kde jsme použili dvojnásobek vzdálenosti Země – Měsíc, z důvodu cesty tam a zpátky. Po dosazení tabulkových a zadaných hodnot dostáváme minimální odhad $R \approx 5 \text{ km}$. Upozorňujeme na to, že právě odvozený výsledek je principiálního charakteru, stejně tak jako princip neurčitosti – nikdy se nám tedy nepodaří sestrojít laser průměru 1 cm, který by měl menší rozptyl. Zajímavé řešení zaslal Miroslav Rapčák, který uvažoval Měsíc jako kulové zrcadlo a počítal rozptyl vzniklý odrazem na něm.

⁴⁾ Explicitně upozorňujeme na rozdíl mezi Planckovou h a redukovanou Planckovou konstantou \hbar .

Éter žije

Pokud bychom nejprve soustavu položili tak, aby rameno L_1 bylo rovnoběžné se směrem pohybu soustavy a rameno L_2 bylo k němu kolmé, vznikl by mezi oběma paprsky časový rozdíl

$$\Delta t_1 = \frac{2}{c} \left(\frac{L_2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - \frac{L_1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right).$$

Využili jsme zde vztahů uvedených v seriálu s tím rozdílem, že obě ramena jsme již nepovažovali za stejně dlouhá. Po prohození obou ramen (otočení o devadesát stupňů) bude výsledný časový rozdíl mezi oběma paprsky

$$\Delta t_2 = \frac{2}{c} \left(\frac{L_2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} - \frac{L_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right).$$

Velikost časového posunu mezi oběma natočeními je tedy

$$\Delta T = \Delta t_2 - \Delta t_1 = \frac{2(L_1 + L_2)}{c} \left(\frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right).$$

Protože je rychlost v o mnoho menší než c , můžeme užít přibližných vztahů a psát

$$\Delta T \approx \frac{2(L_1 + L_2)}{c} \left(\left(1 + \frac{v^2}{c^2}\right) - \left(1 + \frac{v^2}{2c^2}\right) \right) = \frac{v^2(L_1 + L_2)}{c^3}.$$

Tomuto časovému posunu odpovídá pro světlo vlnové délky λ fázový posun

$$\Delta\varphi = \omega\Delta T = \frac{2\pi c}{\lambda}\Delta T = \frac{2\pi v^2(L_1 + L_2)}{\lambda c^2}.$$

Po dosazení (vlnovou délku bereme 500 nm) dostáváme fázový posuv $\Delta\varphi = 1,89$ rad. Vidíme, že tento posuv je větší, než potřebujeme k vyměnění maxim a minim, a měl by tedy být prakticky velmi dobře pozorovatelný. Aby se právě vyměnila maxima a minima (tedy aby bylo $\Delta\varphi = \pi/2$), potřebovali bychom druhé rameno délky přibližně 7,5 m.

Světlo v zrcadlovém bludišti

Pokus dle znázorněného uspořádání provedl roku 1868 Hoek, uvedené řešení je s drobnými úpravami převzato od L. Labora.

Představme si, že v úloze žádný válec s vodou není. V tomto případě je trasa pro oba paprsky symetrická, a nevznikne mezi nimi časový rozdíl. To znamená, že jediný rozdíl vzniká na cestě válcem s vodou, tedy éterem, který má stejnou rychlost jako soustava. Světelný paprsek,

šířící se ve směru hodinových ručiček, by se bez přítomnosti válce pohyboval rychlostí $c - v$, v jeho přítomnosti se pohybuje rychlostí c/n (n je index lomu prostředí). Časový posun vzniklý přidáním válce je tedy

$$\Delta t_1 = \frac{L}{c - v} + \frac{nL}{c}.$$

Druhý paprsek by se bez přítomnosti válce pohyboval rychlostí $c + v$, v přítomnosti válce se opět pohybuje rychlostí c/n a časový posun druhého paprsku tedy bude

$$\Delta t_2 = \frac{L}{c + v} + \frac{nL}{c}.$$

Celkový časový rozdíl mezi oběma paprsky při dopadu na stínítko tedy bude

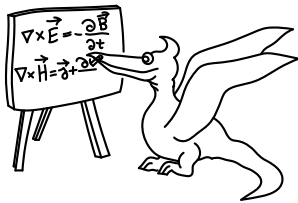
$$\Delta T = \frac{L}{c - v} - \frac{L}{c + v} = \frac{2Lv}{c^2 - v^2}.$$

Tomu odpovídá fázový posun (λ je opět vlnová délka užitého světla)

$$\Delta\varphi = \frac{4\pi Lvc}{\lambda(c^2 - v^2)}.$$

Pavel Motloch

pavel@fykos.mff.cuni.cz



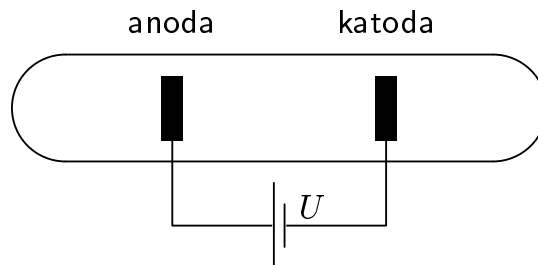
Seriál na pokračování

Kapitola 5: Thomson a jeho „corpuscules“

V této kapitole si povíme něco o experimentech, které vedly k objasnění existence a vlastností elektronů – povíme si o pracích, za které J. J. Thomson a R. A. Millikan obdrželi Nobelovu cenu za fyziku.

Katodové záření a objev elektronu

Katodová trubice je obyčejná skleněná baňka naplněná vzácným plynem nízkého tlaku, do níž jsou vsunuty dvě kovové elektrody (viz obrázek 9). Když elektrody připojíme ke zdroji elektrického napětí, vytvoří se mezi elektrodami charakteristicky zbarvený paprsek. Tomuto paprsku říkáme *katodové záření*.



Obr. 9. Schéma katodové trubice

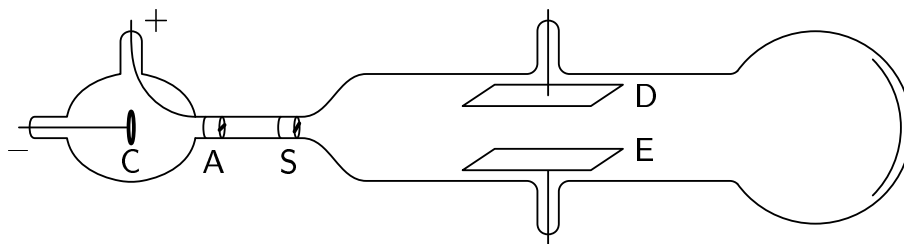
Koncem devatenáctého století bylo známo mnoho vlastností tohoto záření, ale nikdo nevěděl, co je jeho podstatou. Zatímco někteří tvrdili, že záření je proudem částic, jiní propagovali myšlenku neznámých vlnových procesů v éteru. Část experimentálních poznatků nahrávala první variantě, část té druhé. Pro ilustraci zmiňme alespoň

- když na elektrody připojíme napětí a vložíme mezi ně malý kovový mlýnek, katodové záření mlýnek roztočí,
- katodové záření prochází tenkou zlatou fólií.

První pozorování podporuje ideu částic, zatímco druhé ideu vlnění.

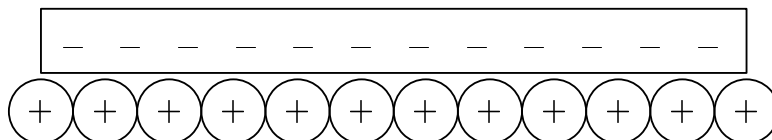
První Thomsonův experiment byl zaměřen na ověření v té době známého faktu, že katodové záření se ve vnějším magnetickém poli ohýbá stejným způsobem, jako by neslo náboj záporného znaménka. Tento experiment však žádné nové poznatky nepřinesl, a proto se jím ani v tomto seriálu dále zabývat nebudeme.

Jeden z poznatků, který nebyl kompatibilní s hypotézou proudu částic, je fakt, že nebylo pozorováno jejich zakřivení v elektrostatickém poli. Tedy do doby než J. J. Thomson uskutečnil svůj druhý experiment, jehož schéma je na obrázku 10. Záření, emitované z katody C prochází dvěma štěrbinami A a S mezi desky kondenzátoru D a E, aby po průchodu celou soustavou dopadlo na stínítko. S touto aparaturou experimentovali již mnozí fyzikové před Thomsonem, ale všichni pozorovali totéž – elektrické pole katodové záření neovlivní.



Obr. 10. Thomsonova aparatura č. 1

Thomson nejprve došel ke stejným závěrům jako jeho předchůdci. Podrobnou analýzou celého jevu však zjistil, že negativní výsledek není způsoben katodovými paprsky, ale vodivostí prostředí mezi deskami kondenzátoru D, E. Po přiložení napětí na desky kondenzátoru se dají ionty plynu⁵ v prostoru mezi deskami kondenzátoru do pohybu. Kationty jsou přitahovány k záporně nabitě desce kondenzátoru, na jejímž povrchu se zastaví a vytvoří kladně nabitou vrstvu, jak to znázorňuje obrázek 11. Na druhé desce kondenzátoru probíhá analogický proces. Obě povrchové vrstvy vyruší náboje na deskách kondenzátoru, takže se celá situace bude jevit tak, jako by mezi deskami žádné elektrické pole nebylo. No a potom není žádný div, že nenaměříme žádnou odchylku paprsku.



Obr. 11. Neutralizace náboje na kondenzátoru

Tohoto všeho si byl Thomson vědom, a proto pro své pokusy použil katodovou trubici s do té doby nejlepším vakuem, aby zmenšil počet iontů plynu v trubici a tak výše popsanému jevu zamezil. Po tom všem se mu nakonec povedlo naměřit odchylku katodového záření přesně takovou, jaká odpovídá negativně nabitým částicím. Protože v té době bylo známo, že elektrické pole nemůže žádným způsobem ovlivnit elektromagnetické vlny, byly Thomsonovy výsledky opravdu silným argumentem, který postupně přesvědčil o částicové povaze katodového záření všechny odpůrce. Stále však zůstávala jedna nezodpovězená otázka – co to je za částice? Atomy? Molekuly? Či něco naprosto nového?

Ve svém třetím experimentu se proto Thomson zaměřil na určení základní vlastnosti těchto částic – poměru náboje a hmotnosti. Jeho idea byla naprosto přímočará. Předpokládejme, že všechny částice ve zkoumaném záření mají stejnou rychlost v , hmotnost m a náboj e . Nechť během trvání experimentu opustí katodu celkem N takovýchto částic. Potom se zářením přenesou náboj

$$Q = Ne$$

a energie

$$W = \frac{Nmv^2}{2}.$$

Pokud necháme takovýto svazek procházet homogenním magnetickým polem indukce B , bude se pohybovat po kružnici o poloměru ρ splňujícím

$$\frac{mv}{e} = B\rho.$$

⁵⁾ Kde se zde vzaly? Každý plyn je částečně ionizován již sám o sobě. Další ionty vznikají díky vloženému elektrickému poli, prolétávajícímu katodovému záření a jiným jevům.

Z těchto rovnic můžeme vyjádřit rychlost částic i jejich měrný náboj e/m jako

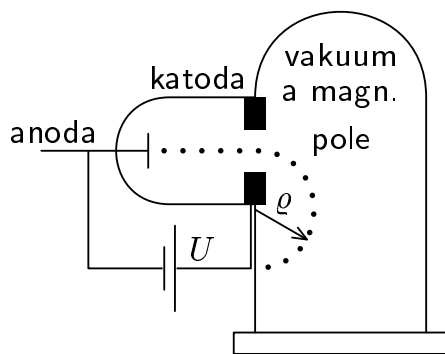
$$v = \frac{2W}{B\rho Q},$$

$$\frac{e}{m} = \frac{2W}{B^2\rho^2Q}.$$

Thomson prováděl měření na několika aparaturách, přičemž nejlepší výsledků dosáhl s tou, která je naznačena na obrázku 12, jejíž sestava je zcela analogická předchozí.

Velikost přeneseného náboje určoval pomocí elektroskopu, poloměr trajektorie pravítkem a magnetickou indukcí z parametrů cívek toto pole budících (viz kterákoli učebnice magnetismu). Aby mohl určit kinetickou energii částic, musel předpokládat, že se po dopadu všechna přemění na teplo. Přírůstek tepla železných a měděných destiček, na které paprsky chytal, pak vypočítal ze známé tepelné kapacity a změřeného rozdílu teplot před experimentem a po něm podle tabulkového vzorce

$$Q = C\Delta T.$$



Obr. 12. Thomsonova aparatura č. 2

Měření provedl pro různé trubice, různě silná magnetická pole a v různých plynech. Pro měrnou hmotnost elektronu pak dostal výsledky v rozmezí $3 \cdot 10^{-12}$ až $10^{-11} \text{ kg}\cdot\text{C}^{-1}$, což byly hodnoty zhruba tisíckrát menší než v případě vodíkového kationtu. Takto nízkou hodnotu měrné hmotnosti bylo možno vysvětlit buď velice nízkou hmotností, nebo relativně vysokým nábojem. Jak ještě téhož roku ukázal P. Lenard, částice katodového záření měly velice malou hmotnost, řádově tisíckrát menší než kterýkoli známý atom či molekula. Proto se muselo jednat o něco fundamentálnějšího než atomy a molekuly. Na základě tohoto faktu dospěl Thomson k hypotéze, že nalezené částice („corpuscules“) jsou základním stavebním kamenem, ze kterého se skládají všechny atomy a molekuly. Tak byla objevena existence elektronu, vyvrácena nedělitelnost atomu a Thomson se stal opravdu slavným.

Millikan a kvantování náboje

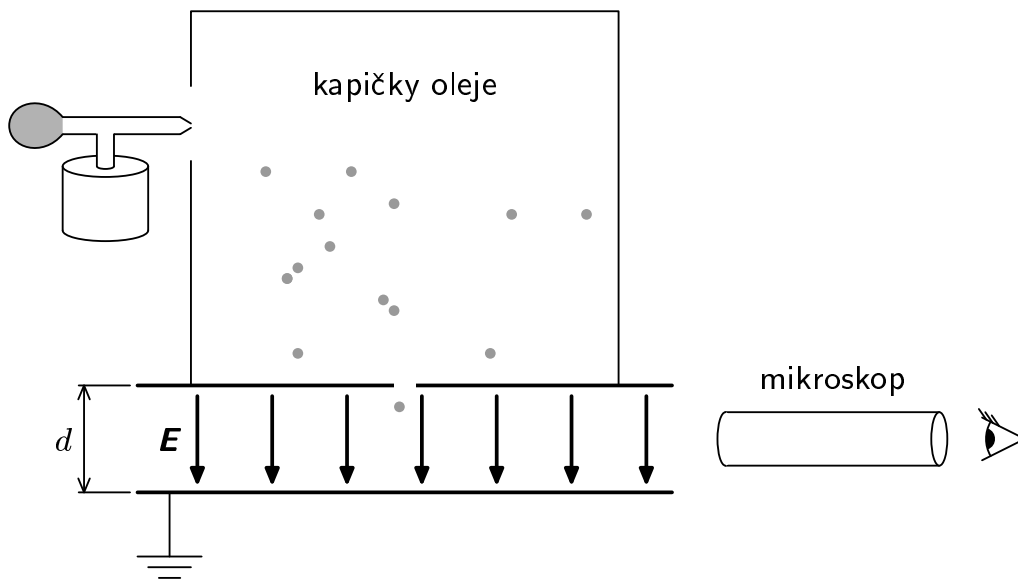
Po úspěchu Thomsonova experimentu a uznání existence elektronu se fyzikální svět snažil určit přesnou hodnotu náboje elektronu. Užívána byla především Wilsonova mlžná komora, ale výsledky byly nepřesné a vzájemně si odporující. Tím prvním, který určil hodnotu náboje elektronu byl až Robert A. Millikan roku 1911.

Jeho aparatura byla poměrně jednoduchá, nicméně precizní provedení experimentu s sebou neslo mnoho překážek. Všechno provedl pomocí aparatury, která je schematicky znázorněna na obrázku 12.

Rozprašoval malé olejové kapky, z nichž některé propadávaly vlivem gravitace mezi dvě kovové desky kondenzátoru. Zde na ně z výbojky dopadaly Röntgenovy paprsky, takže se některé z kapek ionizovaly (získávaly elektrický náboj). Millikan nejprve sledoval kapičky, zatímco bylo na kondenzátoru nulové napětí a kapičky tak mohly padat volně. V této fázi kapičky vlivem odporové síly vzduchu rychle získají svoji mezní rychlost. To je charakterizováno vyrovnaním gravitační a odporové síly, které na kapičku působí. S pomocí Stokesova vztahu pro odporovou sílu, působící na laminárně obtékanou kouli, dostáváme postupně

$$F_G = F_o = 6\pi r\eta v_0 \quad \Rightarrow \quad v_0 = \frac{F_G}{6\pi r\eta} = kF_G, \quad (7)$$

kde, jak je zvykem, značí r poloměr objektu (kapky), F_G její tíhu, η viskozitu prostředí a v_0 právě onu mezní rychlost.



Obr. 13. Millikanův experiment

Vidíme, že mezní rychlost kapky v prostředí je pro danou kapku přímo úměrná působící síle. Konstantu úměrnosti jsme si pro jednoduchost označili jako k .

Z uvedené rovnosti ale můžeme získat mnohem více, pokud vyjádříme tíhu kapky. Ta je totiž rovna rozdílu gravitační a vztlakové síly na kapku působící, platí tedy

$$F_G = \frac{4}{3} \pi r^3 g (\rho - \rho_{vz}),$$

kde $\frac{4}{3} \pi r^3$ je objem kapky, g hodnota místního tíhového zrychlení a $\rho - \rho_{vz}$ rozdíl hustot kapky a okolního vzduchu. Potom

$$\begin{aligned} \frac{4}{3} \pi r^3 g (\rho - \rho_{vz}) &= 6\pi r \eta v_0, \\ r &= \sqrt{\frac{9\eta v_0}{2g(\rho - \rho_{vz})}}. \end{aligned}$$

Pomocí tohoto vzorce můžeme tedy z naměřené mezní rychlosti jednoduše zjistit poloměr sledované kapky. V případě, že na kondenzátor přivedeme napětí, které mezi deskami vytvoří elektrickou intenzitu E , ustálí se brzy rychlost kapičky, nesoucí náboj Q , na nové hodnotě

$$v_1 = k(F_G + qE). \quad (8)$$

Srovnáním rovnic (7) a (8) dostáváme pro hodnotu náboje vztah

$$q = \frac{v_1 - v_0}{kE}.$$

Dosadíme-li za konstantu úměrnosti z první rovnice, dostáváme

$$q = \frac{F_G}{Ev_0} (v_1 - v_0).$$

Dalšími úpravami pomocí již uvedených vztahů dostáváme postupně

$$q = \frac{4\pi r^3 g(\varrho - \varrho_{vz})}{3Ev_0} (v_1 - v_0),$$

$$q = \frac{6\pi\eta}{E} \sqrt{\frac{9\eta v_0}{2g(\varrho - \varrho_{vz})}} (v_1 - v_0). \quad (9)$$

Díky poslednímu vztahu dokážeme z naměřených hodnot určit hodnotu náboje, který kapička nese. Millikanovy výsledky byly podobné těm, které vidíme v tabulce.

Měření	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
v_0 [mm/s]	4,17	4,20	2,39	1,49	0,62	0,61	1,51	1,50	3,26	1,50	1,50
$v_1 - v_0$ [mm/s]	0,03	-1,81	-0,90	-0,87	-0,01	0,90	-0,01	1,76	-1,76	0,01	1,87

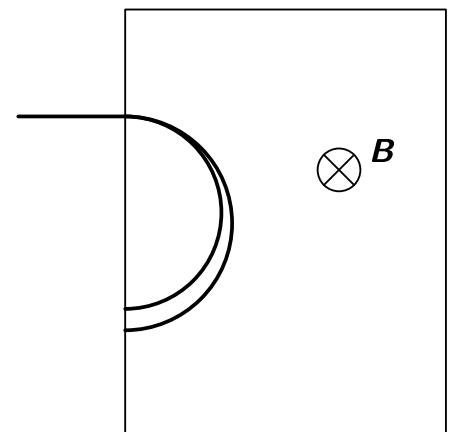
Předpokládáme-li, že všechny kapičky jsou stejně velké, vidíme ze vzorce (9), že v měřeních 1, 5, 7, 10 nenesla kapička žádný náboj. V měřeních 3, 4 a 6 se náboj kapičky změnil vždy o zhruba stejnou hodnotu: e . V měřeních 2 a 9 náboj klesl o hodnotu cca. $2e$, zatímco v měřeních 8 a 11 o stejnou hodnotu vzrostl. Millikan tato měření opakoval pro stovky kapiček a vždy se stejným výsledkem – náboj kapičky se mění pouze v mezích celočíselného násobku e . Statistickým zpracováním naměřených hodnot pak došel k hodnotě

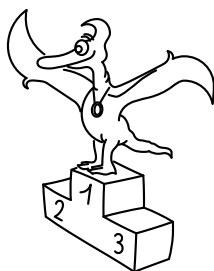
$$e \approx 1,59 \cdot 10^{-19} \text{ C}.$$

Dosažený výsledek interpretoval tak, že náboj kapičky se mění pouze tím, že získává či ztrácí elektrony, přičemž náboj každého elektronu je stejný a roven právě uvedené hodnotě e . Především za tento objev mu byla o devět let později udělena Nobelova cena.

Úloha V . S ... *hrátky s elektrony*

- a) Druhým způsobem, kterým měřil J. J. Thomson velikost měrného náboje elektronu, je právě studium vychylování katodového záření elektrickým polem. Uvažujte aparaturu podle obrázku 10. Jak závisí odchylna paprsku, zaznamenaná na stínítku vpravo, na přiloženém napětí, rychlosti „corpuscules“ a geometrických vlastnostech aparatury?
- b) Jedním z problémů, se kterými se J. J. Thomson potýkal při stanovování měrného náboje elektronů, byl následující: Po vstupu paprsku katodového záření do magnetického pole se paprsek rozšířil do tvaru jakéhosi vějíře (viz obrázek). Tento rozptyl paprsku činí určování poloměru kružnice, kterou katodové záření vytvoří, značně nepřesné (Thomson hovořil o 20 %). Čím můžeme tento rozptyl vysvětlit? Pokud uvedete, jakým způsobem by bylo možno tuto nepřesnost zmenšit, vysloužíte si bonusový bod.
- c) Zpracováním dat z tabulky určete velikost náboje elektronu v případě, že by olej měl hustotu $920 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, vzduch hustotu $1,2 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ a viskozitu $17,1 \cdot 10^{-7} \text{ Pa}\cdot\text{s}$. Užívali jsme elektrické pole o intenzitě $250 \text{ kV}\cdot\text{m}^{-1}$.





Pořadí řešitelů po III. sérii



Kategorie čtvrtých ročníků

jméno	škola	1	2	3	4	P	E	S	III	%	Σ
<i>Student Pilný</i>	MFF UK	4	4	3	4	5	8	6	34	100	99
1. Lukáš Labor	G, Třinec	4	3	3	–	–	–	4	14	64	43
2.–3. Mária Kieferová	G Sv. Františka, Žilina	4	3	3	–	–	–	–	10	78	35
Karel Kolář	G, Špitálská, Praha	5	1	3	–	3	–	4	16	64	35
4. Lukáš Cimpl	G, Frenštát pod Radhoštěm	3	1	1	1	5	8	–	19	66	33
5. Pavel Malý	G Ch. Doppl., Zborovská, Praha	–	–	3	–	–	–	–	3	70	31
6. Prabhat Rao Pinnaka		2	4	2	–	–	5	–	13	76	26
7. Alžběta Pechová	SPŠ strojnická, Vsetín	–	1	1	1	–	7	–	10	47	22
8.–9. Jana Figulová	G Ľudovíta Štúra, Trenčín	3	–	–	1	–	–	–	4	53	20
Michael Hakl	G Ch. Doppl., Zborovská, Praha	3	–	3	2	–	–	–	8	67	20
10. Jan Humplík	První české G, Karlovy Vary	–	3	3	4	–	–	–	10	73	19
11.–12. Hana Šustková	G, Trutnov	–	–	–	–	–	–	–	0	39	18
Tereza Zábojníková	G, Uherské Hradiště	–	–	–	–	–	–	–	0	43	18
13. Martin Polačko	G, Alejová, Košice	–	–	–	–	–	–	–	0	60	9
14.–15. Michal Koutný	G, Masarykovo nám., Třebíč	4	–	3	–	–	–	–	7	100	7
Václav Obrázek	G Jana Keplera, Praha	–	–	–	–	–	–	–	0	70	7
16. Katarína Baxová	G Ľudovíta Štúra, Trenčín	–	–	–	–	–	–	–	0	63	5
17.–18. Eva Hašková	G a SOŠ, Úpice	–	–	–	–	–	–	–	0	25	4
Petr Motloch	G P. Bezruče, Frýdek-Místek	–	–	–	–	–	–	–	0	80	4
19.–20. Dana Suchomelová	G Ľudovíta Štúra, Trenčín	–	–	–	–	–	–	–	0	100	3
Martina Vaváčková	G P. de Coubertina, Tábor	–	–	–	–	–	–	–	0	100	3
21. Peter Vanya	G Jura Hronca, Bratislava	–	–	–	–	–	–	–	0	17	1

Kategorie třetích ročníků

jméno	škola	1	2	3	4	P	E	S	III	%	Σ
<i>Student Pilný</i>	MFF UK	4	4	3	4	5	8	6	34	100	99
1.–2. Miroslav Rapčák	G, Orlová	3	2	2	2	–	2	2	13	56	53
Petr Ryšavý	G J. Heyrovského, Praha	4	3	2	–	–	4	4	17	65	53
3. Zuzana Dočekalová	G, F. Hajdy, Ostrava	3	–	2	–	4	8	–	17	72	50
4. Ján Bogár	G Ľudovíta Štúra, Trenčín	4	5	3	2	4	3	–	21	67	44
5. Veronika Paštyková	G J. Ortena, Kutná Hora	2	1	0	2	3	7	–	15	49	41
6. Jana Baxová	G Ľudovíta Štúra, Trenčín	2	1	2	–	–	5	–	10	63	31
7. Tereza Steinhartová	G J. K. Tyla, Hradec Králové	–	–	–	–	–	–	–	0	59	29
8. Tereza Jeřábková	SPŠ a SOU Letohrad	–	4	–	–	–	–	–	4	77	27
9. Kateřina Honzáková	G Jana Keplera, Praha	4	2	2	2	–	7	–	17	74	25
10. Lada Peksová	G Ch. Doppl., Zborovská, Praha	4	1	3	–	–	–	–	8	67	24
11. Petra Kňazeková	G Ľudovíta Štúra, Trenčín	–	–	2	1	–	6	–	9	50	23
12. Jakub Klemsa	G J. Vrchlického, Klatovy	4	4	3	–	–	–	–	11	73	19
13. Petr Cagaš	G, Lesní čtvrť, Zlín	–	–	–	–	–	–	–	0	44	17

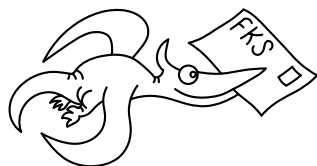
14. <i>Stanislav Paláček</i>	G M. Koperníka, Bílovec	3	2	3	-	-	-	-	8	62	16
15. <i>Pavel Novotný</i>	G P. de Coubertina, Tábor	3	-	3	-	-	-	-	6	67	14
16. <i>Michal Husek</i>	G, Bučovice	3	0	1	1	-	-	-	5	25	11
17.–18. <i>Jan Hodic</i>	G J. Resslera, Chrudim	-	-	-	-	-	-	-	0	31	10
<i>Viktor Jamrich</i>	G Ľudovíta Štúra, Trenčín	-	-	-	-	-	-	-	0	63	10
19. <i>Michal Müller</i>	G, Jevíčko	-	-	-	-	-	-	-	0	55	6
20. <i>Jan Nevorál</i>	G, Jana Masaryka, Jihlava	-	-	-	-	-	-	-	0	45	5
21. <i>Martin Chudjak</i>	SPŠ Martin	-	-	-	-	-	-	-	0	44	4
22.–23. <i>Vojtěch Dziewicki</i>	SG Dr. Randy, Jablonec n. N.	-	-	-	-	-	-	-	0	100	3
<i>Jiří Keresteš</i>	VOŠ a SPŠ elektrotech., Plzeň	-	-	-	-	-	-	-	0	100	3

Kategorie druhých ročníků

jméno	škola	1	2	3	4	P	E	S	III	%	Σ
<i>Student Pilný</i>	MFF UK	4	4	3	4	5	8	6	34	100	99
1. <i>Barbora Drozdová</i>	G Ľudovíta Štúra, Trenčín	3	2	1	1	1	8	-	16	55	41
2. <i>Zuzana Bogárová</i>	G Ľudovíta Štúra, Trenčín	1	1	2	-	-	5	-	9	49	22
3. <i>Ondřej Maslikiewicz</i>	SPŠ, Hronov	-	1	3	-	-	6	-	10	50	20
4. <i>Anna Chejnovská</i>	G B. Němcové, Hradec Králov	4	-	3	-	-	-	-	7	62	18
5. <i>Jiří Nárožný</i>	G, Boskovice	-	4	3	2	-	-	-	9	83	15
6. <i>Nurullah Karakoc</i>		3	1	2	3	-	-	-	9	60	9
7. <i>Tomáš Pikálek</i>	G, Boskovice	-	-	-	-	-	-	-	0	57	4
8. <i>Barbora Janů</i>	G Jana Keplera, Praha	-	-	-	-	-	-	-	0	38	3

Kategorie prvních ročníků

jméno	škola	1	2	3	4	P	E	S	III	%	Σ
<i>Student Pilný</i>	MFF UK	4	4	3	4	5	8	6	34	100	99
1.–2. <i>Peter Kosec</i>	G Ľudovíta Štúra, Trenčín	2	2	3	1	4	-	-	12	65	42
<i>Patrik Švančara</i>	G Ľudovíta Štúra, Trenčín	-	2	-	1	3	7	-	13	63	42
3. <i>Stanislav Fořt</i>	G P. de Coubertina, Tábor	-	-	-	-	-	-	-	0	44	25
4. <i>Tomáš Trégner</i>	G J. Heyrovského, Praha	4	-	1	-	-	3	-	8	30	14
5. <i>Ondřej Beneš</i>	SPŠ, Hronov	-	-	-	-	-	-	-	0	57	8
6.–7. <i>Alena Harlenderová</i>	Slovanské G, Olomouc	-	-	-	-	-	-	-	0	100	6
<i>Adam Chlapečka</i>	G Ľudovíta Štúra, Trenčín	-	-	-	-	-	-	-	0	86	6
8.–9. <i>Martina Štarhová</i>	G, Šumperk	-	-	-	-	-	-	-	0	45	5
<i>Markéta Švecová</i>	G, Havlíčkův Brod	-	-	-	-	-	-	-	0	50	5



FYKOS

UK v Praze, Matematicko-fyzikální fakulta

Ústav teoretické fyziky

V Holešovičkách 2

180 00 Praha 8

www: <http://fykos.mff.cuni.cz>

e-mail pro řešení: fykos-solutions@mff.cuni.cz

e-mail: fykos@mff.cuni.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty UK MFF. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci UK MFF a podporován Ústavem teoretické fyziky UK MFF, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.