

21. ročník, úloha VI.1 ... pterodaktyl sestřelen (3 body; průměr 2,62; řešilo 42 studentů)

Pterodaktyl letěl ve výšce 1 km nad pralesem rychlostí 4 m/s. Guerillový válečník, držíci v ruce kalašnikov (kulka opouští hlaveň rychlostí 710 m/s), ho spatřil nad hlavou a vystřelil. Pták FYKOSák byl trefen do křídla a začal padat. Jak daleko od válečníka dopadl? (Odpor vzduchu si dovoďte zanedbat.)
Úlohu zplodil Jan Prachař císařským řezem.

Předpokládejme, že válečník vystřelí hned, jakmile má pterodaktyla nad sebou, a že tedy mezi spatřením a výstřelem neuplyne žádný čas. Dále předpokládejme, že kulka pterodaktylem pouze projde a nepředá mu žádnou kinetickou ani potenciální energii, pouze způsobí zranění.

Pohyb kulky rozdělíme do vodorovného a svislého směru, vodorovná složka bude rovná rychlosti pohybu pterodaktyla v_p a svislou dopočítáme na základě znalosti absolutní hodnoty rychlosti v_k .

$$v_s = \sqrt{v_k^2 - v_p^2}.$$

Pterodaktyl tedy bude sestřelen za čas, za který projektil vyletí do výšky, v níž pták FYKOSák letí,

$$h = v_s t - \frac{1}{2} g t^2 \quad \Rightarrow \quad t_1 = \frac{\sqrt{v_k^2 - v_p^2} - \sqrt{v_k^2 - v_p^2 - 2gh}}{g}.$$

Druhá rovnice má sice dvě řešení, ale to větší nás nezajímá, neboť vyjadřuje čas, kdy se trajektorie protnou, až bude kulka padat dolů. Za tuto dobu pterodaktyl uletí vzdálenost

$$s_1 = v_p t_1 = v_p \frac{\sqrt{v_k^2 - v_p^2} - \sqrt{v_k^2 - v_p^2 - 2gh}}{g}.$$

Nyní ještě musíme vypočítat, o kolik se vzdálí během pádu. Vzhledem k tomu, že zanedbáváme odpor vzduchu, budeme předpokládat, že se bolestí schoulí do klubíčka a bude padat volným pádem, místo aby se pokoušel plachtit. Dopadne tedy za čas

$$t_2 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

a za tento čas ještě uletí dráhu

$$s_2 = v_p t_2 = v_p \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

Výsledná vzdálenost je součtem těchto dvou vzdáleností

$$s = s_1 + s_2 = v_p \left(\frac{\sqrt{v_k^2 - v_p^2} - \sqrt{v_k^2 - v_p^2 - 2gh}}{g} + \sqrt{\frac{2h}{g}} \right).$$

Takže pterodaktyl dopadne 63 m od válečníka.

Jan Jelínek

jjan@fykos.mff.cuni.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty UK MFF. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci UK MFF a podporován Ústavem teoretické fyziky UK MFF, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.