

**20. ročník, úloha IV. 3 ... dostavba Temelína** (4 body; průměr 3,00; řešilo 8 studentů)

Odhadněte tloušťku vody potřebnou k odstínění záření z jaderného reaktoru s výkonem 980 MW v plánovaném novém bloku JE Temelín. Z celkové energie uvolněné při štěpení jádra uranu připadne zhruba 82 % na kinetickou energii fragmentů, 6 % odnesou neutrina, po 6 % mají neutrony a gama fotony.

*Nápověda.* Pravděpodobnost, že částice projde materiálem do hloubky  $d$ , je přibližně rovna  $e^{-\sigma n d}$ , kde  $n = N/V$  je hustota molekul materiálu (v našem případě počet molekul vody v  $1 \text{ m}^3$ ) a  $\sigma$  je účinný průřez (cross section) pro absorpci částice na molekule. Účinný průřez má rozměr plochy (často se užívá jednotka barn =  $100 \text{ fm}^2$ ) a závisí na energii částic. Hodnoty účinných průřezů se pokuste najít na internetu nebo v příslušných tabulkách.

*Úlohu řešil Karel Tůma na zkoušce z jaderné fyziky.*

Interakce záření s látkou je obecně dost složitý proces. Pokud si záření představíme jako skupinu letících kulek, situace se značně zjednoduší. Prolétá-li záření látkou, čas od času se některé z částic připlete do cesty molekula prostředí, kterým záření proniká. Podle typu záření pak následuje příslušný karambol. V našem případě budeme předpokládat, že účastník srážky nepokračuje v dalším letu.

Abychom mohli kvantitativně analyzovat danou situaci, představme si, že z látky, kterou záření proniká, vyřízneme kvádr o ploše  $S$  a malé tloušťce  $dx$ . Předpokládejme, že záření dopadá na stěnu kvádru kolmo, abychom se vyhnuli zbytečným počtům s vektory, které situaci ještě více komplikují.

Pokud tedy vystřelíme částici kolmo na stěnu našeho malinkatého kvádru, je pravděpodobnost, že částice neprojde skrz, rovna poměru plochy, kterou při pohledu zepředu zakrývají molekuly prostředí, ku ploše  $S$  kvádru. Plocha, již zakrývá jedna molekula, se nazývá účinný průřez. Jelikož tloušťku kvádru volíme velmi malou, lze zanedbat fakt, že se některé zbabělé molekuly mohou schovávat před střelami za ostatní molekuly. Matematicky zapsáno máme pro pravděpodobnost  $p$  takovouto rovnici

$$p = \frac{\sum_i \sigma_i}{S}.$$

Pokud je daná látka tvořena jenom jedním typem molekul, lze součet účinných průřezů  $\sum_i \sigma_i$  zjednodušit. Uvnitř objemu kvádru se nachází  $n \cdot S dx$  molekul, kde  $n$  je hustota molekul (počet molekul v  $1 \text{ m}^3$ ) dané látky. Každá z molekul má stejný účinný průřez  $\sigma$ , takže máme

$$\sum_i \sigma_i = \sigma n S dx.$$

Pro pravděpodobnost, že částice neprojde skrz kvádr, dostaneme

$$p = \sigma n dx.$$

Pokud vystřelíme na kvádr  $N$  částic, neprojde jich  $p \cdot N$ . Obdobně je to i s intenzitou záření (celková energie částic, která projde plochou  $1 \text{ m}^2$  za 1 s). Nárůst intenzity  $dI$  po průchodu kvádrem je nepochybně záporný a s původní intenzitou  $I$  souvisí vztahem  $dI = -p \cdot I$ . Dosazením za pravděpodobnost  $p$  a položením  $dx \rightarrow 0$  obdržíme diferenciální rovnici

$$\frac{dI}{I} = -\sigma n dx.$$

Rovnici vyřešíme metodou tzv. separace proměnných. Trik spočívá v tom, že každou stranu rovnice zintegrujeme podle příslušné proměnné.

$$\int \frac{1}{I} dI = -\sigma n \int dx \Rightarrow \ln I = -\sigma n x + C \Rightarrow I = e^{-\sigma n x + C}.$$

Hodnoty integrační konstanty  $C$  se dopátráme tak, že pro  $x = 0$  položíme  $I = I_0$ . Jednoduše řečeno, intenzita záření těsně předtím, než začne procházet látkou, má hodnotu  $I_0$ .

$$I = I_0 e^{-\sigma n x}. \quad (1)$$

Celé toto odvození bylo vlastně zbytečné, jelikož vztah (1) je uveden v nápovědě v zadání. Nicméně takto jsme se dobrali hlubšího pochopení významu jednotlivých členů a celého vztahu, což je mnohem cennější výsledek.

Nyní k samotnému reaktoru. Fragmenty jádra uranu se v látce okamžitě zastaví, jejich kinetická energie se na velice krátké vzdálenosti přemění na teplo, které udává výkon reaktoru. Neutrina jsou schopna bez jediné interakce proletět celý vesmír, takže s těmi si taktéž není nutné lámat hlavu. Zbývají gama fotony a neutrony.

Nejdříve k neutronům. Intenzita neutronového záření  $I_n$ , kterou je potřeba odstínit, je přímo úměrná výkonu  $P = 980 \text{ MW}$  reaktoru a nepřímo úměrná ploše  $S$  stěny reaktoru. Konstantu úměrnosti určují zlomky energie odpovídající štěpným produktům (82 %) a neutronům (6 %, viz zadání).

$$I_n = \frac{6}{82} \cdot \frac{P}{S}. \quad (2)$$

Absorbovaná dávka záření<sup>1</sup>  $D$  je definována jako energie záření, která se absorbovala v jednotce hmotnosti,  $D = E/m$ . Dle normy maximální neškodná absorbovaná dávka záření za rok je  $D_r = 0,05 \text{ Gy}$ .

Pro dostatečnou bezpečnost předpokládejme, že průměrný chlap vážící  $m = 80 \text{ kg}$  vysedává u stěny reaktoru 24 hodin denně. Dávka, kterou dostane za  $T = 1$  rok, je s ohledem na (2) a (1) rovna

$$D = \frac{T S_{\text{ch}} I_n e^{-\sigma n d}}{m},$$

přičemž  $S_{\text{ch}}$  je plocha chlapa. Pro nejhorší případ položíme  $S_{\text{ch}} \approx S$ , pak pro potřebnou tloušťku stěny máme

$$d \approx \frac{1}{\sigma n} \ln \frac{TP}{10 D_r m}.$$

Hustota molekul vody je  $n = N_A \rho / M_m$ , kde  $N_A$  je Avogadrova konstanta,  $\rho$  je hustota vody a  $M_m$  je molární hmotnost vody. Po nalezení celkového účinného průřezu neutronů na jádrech vodíku a kyslíku  $\sigma_n = 20 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2$  (hodnota převzata z [1]) dostaneme přibližně  $d \approx 0,5 \text{ m}$ .

Situace s gama zářením je mnohem komplikovanější. Při průchodu látkou se stále zachovává tvar rovnice (1). Obvykle se píše ve tvaru  $I = I_0 e^{-\mu_1 x}$ , kde  $\mu_1$  značí lineární zeslabovací koeficient. Koeficient  $\mu_1$  nelze ani zdaleka považovat za konstantní. Závisí poměrně dramaticky na energii fotonů. Na jednoduchosti věci nepřidává zvláště fakt, že gama fotony mohou interagovat s látkou třemi způsoby:

<sup>1</sup>) Jednotka absorbované dávky je Gy, vyslovuje se gray. Jednotka byla takto pojmenována na počest Louise Harolda Graye.

## 1. Fotoelektrická absorpce

Gama foton interaguje s valenčními elektrony v atomech prostředí obdobně jako při fotoelektrickém jevu. Část energie se použije k překonání vazebné energie elektronu. Zbytek se použije na kinetickou energii elektronu, který po interakci odlétá pryč ze svého původního stanoviště.

## 2. Comptonův rozptyl

Comptonův rozptyl je proces, při kterém gama záření interaguje s volným nebo slabě vázaným elektronem. Elektron získá část energie fotonu. V souladu se zákonem zachování energie a hybnosti není možný úplný zánik fotonu. Tím pádem z místa interakce odlétá foton se zmenšenou energií a elektron.

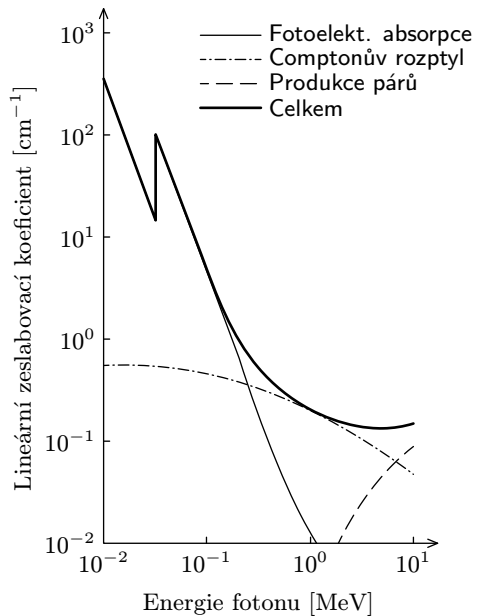
## 3. Produkce elektron-pozitronových párů

Pokud má foton energii větší než 1,022 MeV (to odpovídá dvojnásobku klidové energie elektronu  $2m_e c^2$ ), může samovolně vygenerovat elektron-pozitronový pár. Pokud se tak stane v blízkosti jádra, elektron a pozitron se rozletí od sebe a přebytečná energie nad 1,022 MeV se rozdělí mezi elektron a pozitron v podobě kinetické energie. Pozitron je zpomalován prostředím, až nakonec anihiluje, což vyprodukuje dva fotony s energií 0,511 MeV. Tyto gama fotony s nižší energií mohou dále interagovat. Nemůžou však už vygenerovat elektron-pozitronový pár.

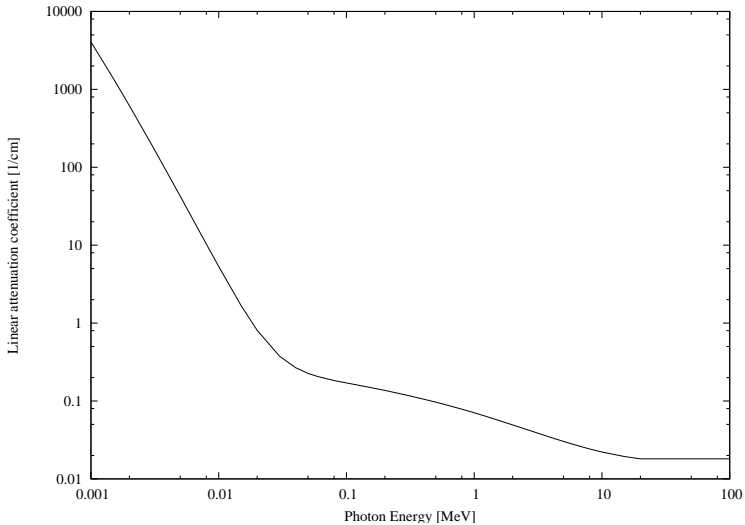
Každý ze způsobů interakce se uplatňuje v jiné části energetického spektra. Energetické spektrum lineárního zeslabovacího koeficientu pro jodid sodný NaI (krystal NaI se používá v mnoha detektorech gama záření) je znázorněno na obrázku 1. Z něj je jasné patrné, jak významnou roli hrají při dané energii jednotlivé typy interakcí.

Pokusme se konečně odhadnout, jaká tloušťka vody bude potřeba k odstínění gama záření z reaktoru. Energie uvolněná při rozpadu jednoho atomu uranu je zhruba 180 MeV. Takže na fotony připadá asi 11 MeV. Řekněme, že na každý připadne energie třeba kolem 2 MeV. Lineární zeslabovací koeficient pro tuto energii se dá odečíst z obrázku 2 a je roven zhruba  $0,05 \text{ cm}^{-1}$ . Pokud použijeme stejné parametry reaktoru a pracovníka JE jako v případě neutronů, dostaneme pro tloušťku vody  $d \approx 7 \text{ m}$ .

Výsledky, které jsme obdrželi, naznačují, že odstínit vodou neutrony se ukazuje jako dobrý nápad, jelikož neutrony se rády zachytávají na jádrech vodíku. Ovšem s gama zářením je situace trochu horší. K jeho odstínění se nejlépe hodí těžké prvky. Atomy s větším počtem protonů propouštějí gama fotony mnohem méně a byly by k tomuto účelu vhodnější. V praxi se k tomuto používá olovo nebo wolfram, kterým je obaleno jádro reaktoru.



Obr. 1. Lineární zeslabovací koeficient gamma záření v NaI.



Obr. 2. Lineární zeslabovací koeficient gama záření ve vodě (převzato z [3]).

### Literatura

- [1] W. B. Jones: *The Slow Neutron Cross Section of H*. Physical Review 74, 364-369 (1948).  
[2] G. Nelson, D. Reilly: *Gamma ray interaction with matter*.  
<http://www.fas.org/sgp/othergov/doe/lanl/lib-www/la-pubs/00326397.pdf>  
[3] *Tables of X-Ray Mass Attenuation Coefficients and Mass Energy-Absorption Coefficients*.  
<http://physics.nist.gov/PhysRefData/XrayMassCoef/ComTab/water.html>

**Vojta Molda**

[vojta@fykos.mff.cuni.cz](mailto:vojta@fykos.mff.cuni.cz)