

20. ročník, úloha III. P ... akrobat na lyžích (4 body; průměr 3,56; řešilo 32 studentů)

Jistě znáte lyžařskou disciplínu akrobatické skoky. Lyžař po rozjezdu z kopce najíždí na můstek a skáče do vzduchu. Před dopadem zvládně skokan provést několik vrutů a salt. Vysvětlete, jak to lyžař dělá – co musí udělat, aby se začal otáčet tak, jak chce. Jak vyvrátíte tvrzení, že podle zákona zachování momentu hybnosti se musí skokan po celou dobu skoku otáčet kolem stejné osy a stejnou rychlostí?

Problém vrtal hlavou Honzovi Prachařovi při sledování zimní olympiády.

Vskutku jde o problémovou úlohu, takže toho moc nevypočítáme a budeme spíše kvalitativně uvažovat. Uděláme malou analýzu toho, jak se věci (i lidé) pohybují a proč. Jak to tedy lyžař dělá? Co musí udělat, aby se otáčel tak, jak chce? Je to velmi obtížná otázka, protože přísně vzato se lyžař neotáčí – jeho pohyb je mnohem komplikovanější. Rozeberme proto nejdříve některé jednodušší případy.

Představme si následující situaci.¹ Hledíme na mírný zasněžený kopeček, nad hlavou máme modrou oblohu. Najednou se od kopečku odráží lyžař a vylétá do vzduchu. Už při odrazu se nakloní dopředu, takže odrazem získává moment hybnosti vzhledem k těžišti (otáčí se ve směru pohybu). Ruce má rozpažené a v okamžiku skoku je pro lepší odraz vzpaží. Aby za kopcem dopadl opět na lyže, musí se nějak otočit, ale běda! Lyžař má jen malou úhlovou rychlost, takže pravděpodobně neuspěje a nejspíš spadne na nos. Lyžař proto musí udělat něco, aby svou úhlovou rychlost zvětšil a dostal se do správné polohy při dopadu. Lyžař v nejvyšším bodě přitáhne ruce k tělu a taky nohy k zadku. Skutečně to pomáhá, začne se rychleji otáčet, a když už je blízko správné vertikální orientace, opět ruce a nohy roztáhne, otáčení se zpomalí. Při dopadu může lyžař pružit nohama a také rukama (dopad zmírní při prudkém švih rukama dolů). Podstata je tedy jednoduchá – ve správný čas se stáhnout, zrychlit rotaci a ve druhý správný okamžik se zase roztáhnout. Pravého FYKOSáka ovšem takovému vysvětlení nemůže uspokojit. Proč se lyžař začne otáčet rychleji, když přitáhne ruce a nohy k tělu, a naopak pomaleji, když je roztáhne?

Mějme těleso, které se otáčí úhlovou rychlostí ω kolem osy stálého směru procházející hmotným středem vůči níž má moment setrvačnosti J . Ze školy znáte druhou impulzovou větu ve tvaru $M = J\Delta\omega/\Delta t$; ten platí, pokud J je konstantní a mění se jen úhlová rychlost. Pokud se mění také J , správný vztah zní

$$M = \frac{\Delta(J\omega)}{\Delta t}.$$

Platí tedy, že moment hybnosti $J\omega$ tělesa, na něž nepůsobí žádné momenty sil vzhledem k ose otáčení, je konstantní.

Lyžař je rovněž těleso, ale nikoliv tuhé. Otáčí se pořád ve stejné rovině a jediná síla, která na něj působí, je tíhová síla, která má působíště v těžišti, a má tedy nulový moment vzhledem k ose rotace. Pokud chce lyžař zvýšit svoji rychlost otáčení, zmenší svůj moment setrvačnosti J ; úhlová rychlost se pak musí ve stejném poměru zvýšit, aby byl moment hybnosti $L = J\omega$ konstantní.

V diskutovaném skoku lyžař rotoval pořád kolem stejné osy, kolmé na rovinu pohybu. V takovém případě je vektor úhlové rychlosti rovnoběžný s vektorem momentu hybnosti $\mathbf{L} = J\boldsymbol{\omega}$.

Další situace vypadá takto – lyžař při jízdě v bouřích najíždí na můstek, při odrazu se natočí, letí, rotuje kolem podélné osy svého těla. Pak roztáhne nohy s lyžemi co nejvíce do

¹⁾ Situaci najdete na stránce <http://www.fotosearch.com/EYW806/ev02127/> jako video sekvenci.

stran, jeho rotace se zpomalí (už víme proč), to aby vypadal co nejlíp a nejneuvěřitelněji v nejvyšším bodě, před dopadem nohy vrátí dolů, zrychlí svou rotaci a efektně dosedne na svah.

Zajímavější je případ, kdy se lyžař odrazí tak, že získá rotaci kolem obecné osy procházející jeho tělem. Existují totiž skoky, při kterých zůstává téměř rozum stát, kdy akrobat rotuje kolem proměnné osy, proměnnou rychlostí a v proměnném tvaru (např. trojitě salto s pěti vruty Aleše Valenty). Jak je to možné? Neodporuje to náhodou zákonu zachování momentu hybnosti? Ten tvrdí, že vektor \mathbf{L} je během pohybu ve vzduchu konstantní, pokud celkový momenty vnějších sil působících na lyžaře je nulový. Podmínka zákona je splněna, neboť tíhová síla (jediná vnější síla) má nulový moment vzhledem k ose procházející těžištěm. Jak však může být \mathbf{L} konstantní, když $\boldsymbol{\omega}$ mění jak velikost, tak směr? Jsou proto dva základní důvody.

1. Už pro volně tuhé těleso se zjistilo, že moment hybnosti vždy nemíří stejným směrem jako úhlová rychlost. Úhlová rychlost se mění jak v prostoru, tak vůči tělesu.² Akrobat toho může využít a počkat, až bude ve správné poloze, a pak udělat nějaký pohyb (např. nohama nebo rukama).
2. Člověk není tuhé těleso. Pokud chce, může změnit svoji konfiguraci, a díky tomu je dokonce možné, aby člověk změnil svou orientaci v prostoru bez toho, aby nějaký moment hybnosti měl! Představte si, že jste právě v nejvyšším bodě výskoku ve vzduchu, bez jakéhokoli momentu hybnosti čili bez otáčení, a chcete se otočit o 180° . Jak to uděláte? Že to nejde? A co kdybyste zkusili otáčet oběma upaženými rukama ve stejném směru? Otočíte se v opačném směru!³

Lidské tělo tedy není tuhé těleso a i díky tomu je možné s ním provádět nejrůznější akrobatické výkony. Každý akrobat se může otáčet, jak chce, pokud je moment hybnosti stále stejný. Jednoduchý příklad – představme si vzpřímeného akrobata ve vzduchu, jak rotuje kolem své podélné osy z . Vektor momentu hybnosti míří stejným směrem. Pokud však udělá správnou sérii pohybů, může dostat své tělo do roviny xy kolmé na vektor momentu hybnosti. Osa rotace je na konci stejná (při změně nebyla); moment setrvačnosti a úhlová rychlost se změnila ve stejném poměru. Problémem pak už je se jen naučit tu „správnou sérii pohybů“, což určitě není triviální a vyžaduje trénink.

Akrobati na lyžích skáčou kombinaci salt (rotace kolem vodorovné osy) a vrutů (rotace kolem podélné osy těla). Tu první získává lyžař správným odrazem a koriguje ji natáhnutím anebo stažením rukou a nohou. Tu druhou získává lyžař taky při odrazu, pomáhá si ale rukama – švihne s nimi při odrazu a dál tuto rotaci ovlivňuje pohybem rukou. Celou souhru pohybů je těžké pochopit, natož pak popsat. Podívejte se na vlastní oči, jak to Aleš Valenta dělá⁴.

Někteří řešitelé si uvědomili, že na akrobata vlastně působí vzduch, a tedy moment hybnosti se nezachovává. Striktně vzato ano, ale v každé reálné situaci působí velké množství vlivů a musíme si uvědomit, zda jsou podstatné. Pokud se podíváte na takový skok, jistě dojdete k závěru, že tak rychlou rotaci (a tak velké změny) nemohou být vyvolány jen odporem vzduchu. Podstatný je tu právě vklad akrobata – rozjezd, skok a celková koordinace pohybů.

Vyskytl se také často názor, že akrobat dokáže měnit svou úhlovou rychlost, protože jeho rotační energie získaná odrazem $J\omega^2/2$ je konstantní. To však není pravda, při zmenšení mo-

²⁾ Koho zajímají tyto a jiné vlastnosti tuhého tělesa, doporučuji Feynmanovy přednášky z fyziky I.

³⁾ Za tento nápad děkuji Tomáši Bzduškovi.

⁴⁾ <http://www.youtube.com/watch?v=Io2W-kG0Nws>

mentu setrvačnosti lyžař překonává odstředivou sílu a jeho práce se spotřebuje na zvýšení jeho rotační energie.

Při zamýšlení se nad touto úlohou jsem klikl taky na zajímavý odkaz⁵. Na videu je hezky ukázáno, že co se pohybových možností týče, člověk neuznává žádné meze.

Ján Lalinský

`jano@fykos.mff.cuni.cz`

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty UK MFF. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci UK MFF a podporován Ústavem teoretické fyziky UK MFF, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

⁵) http://www.neufstream.com/tag/acrobatics/video/x174oz_worldsbesttrickers02