

**20. ročník, úloha III.4 ... topení Alberta Einsteina** (5 bodů; průměr 3,50; řešilo 16 studentů)

Albert Einstein se v důchodovém věku (narodil od svých vrstevníků šťourajících se v zahrádce) zamýšlel nad různými paradoxními jevy. V zimě si všiml, že když ohřívá vodu v topení přímo ohněm, účinnost je velmi malá.

Napadlo ho vyzkoušet jiný postup. Vzít ideální tepelný stroj a použít kotel a venkovní vzduch jako teplou a studenou lázeň. Práci, kterou z tohoto stroje získá, pak vložit do jiného ideálního tepelného stroje, který bude odebírat teplo vzduchu a předávat jej vodě. Jestliže jsou teploty kotle, vody a vzduchu  $T_1$ ,  $T_2$  a  $T_3$ , jaká je účinnost ohřevu vody? Nedochází náhodou k porušení druhého termodynamického zákona? Úlohu navrhl Matouš Ringel.

Hned na začátku upozorním, že se v řešení nebudeme držet korektní znaménkové konvence, protože by se text pravděpodobně trochu zneprůhlednil. Teplu i práci přisoudíme vždy kladné znaménko bez ohledu na to, zda je stroj získává či uvolňuje. Význam každé veličiny bude zřejmý z kontextu.

Popíšme stručně situaci a zavedme značení. Oheň předává kotli teplo  $Q_0$ . Stejně velké teplo  $Q_{in,1}$  z kotle odebírá první tepelný stroj a teplota vody v kotli zůstává tudíž stálá. Část tohoto tepla  $Q_{out,1}$  přejde do studené lázně (vzduchu) a zbytek přijatého tepla se přemění v práci  $W_{out,1}$ . Můžeme tedy psát

$$Q_{in,1} - Q_{out,1} = W_{out,1}.$$

Druhý stroj odebírá teplo  $Q_{in,2}$  studené lázni (vzduchu) a přijímá práci  $W_{in,2}$ . Získané teplo a práce se přemění v teplo  $Q_{out,2}$ , které stroj odevzdá teplé lázni (vodě). Platí tedy

$$Q_{in,2} + W_{in,2} = Q_{out,2}.$$

Zajímá nás, zda je  $Q_{out,2}$  větší než  $Q_{in,1}$  potažmo  $Q_0$ .

Účinnost prvního stroje je definována jako poměr vykonané práce  $W_{out,1}$  a přijatého tepla  $Q_{in,1}$ . Účinnost ideálního tepelného stroje (Carnotova cyklu) je dána pouze teplotami lázni a platí

$$\eta_1 = \frac{W_{out,1}}{Q_{in,1}} = \frac{T_1 - T_3}{T_1}. \quad (1)$$

Druhý stroj je úplně stejný jako první, jen s tím rozdílem, že všechny děje probíhají v opačném smyslu a stroj pracuje jako tepelné čerpadlo. Opět můžeme definovat účinnost<sup>1</sup> stejným způsobem jako u prvního stroje. Nyní to bude poměr práce přijaté a tepla odevzdaného teplé lázni

$$\eta_2 = \frac{W_{in,2}}{Q_{out,2}} = \frac{T_2 - T_3}{T_2}. \quad (2)$$

Dále víme, že veškerou práci, kterou první stroj vykoná, předá druhému stroji,

$$W_{in,2} = W_{out,1}. \quad (3)$$

Z rovnic (1), (2) a (3) již snadno vyjádříme požadované teplo  $Q_{out,2}$ , které druhý stroj předá vodě v topení

$$Q_{out,2} = \frac{\eta_1}{\eta_2} Q_{in,1}. \quad (4)$$

<sup>1)</sup> Máme na mysli účinnost Carnotova stroje. Účinnost tepelného čerpadla je převrácená hodnota  $1/\eta_2$ .

Celková účinnost našeho systému je tedy  $\eta = \eta_1/\eta_2$ . Podle (1) a (2) zřejmě platí  $\eta_1 > \eta_2$ , a můžeme tedy říct, že se složitější způsob ohřívání vyplatil.

Ověřme ještě, zda nedochází k porušení druhého termodynamického zákona. Jedna z jeho formulací říká, že není možné, aby teplo přecházelo z chladnějšího tělesa na teplejší bez vykonání dodatečné práce. V našem případě však první stroj pracuje zcela regulérně a „vyrábí“ práci, kterou odebírá druhý stroj pracující jako tepelné čerpadlo, a jistě tedy nedochází k samovolnému přechodu tepla z chladnějšího vzduchu do teplejší vody. Tepelného čerpadla se v současnosti čím dál hojněji využívá k vytápění domů. Nepoužívá se ovšem klasický tepelný stroj – využívá se podobného principu jako u běžné chladničky. Čerpadlem se prohání pracovní kapalina mezi studenou a teplou lázní, přičemž ve studené lázni je docíleno vypaření pracovní kapaliny a v teplé lázni její následné kondenzace, čímž se přenáší teplo a teplá lázeň se ohřívá na úkor studené.

*Marek Scholz*

`mara@fykos.mff.cuni.cz`