20. ročník, úloha II . 2 ... *drtivý dopad* *(4 body; průměr 3,03; řešilo 30 studentů)*

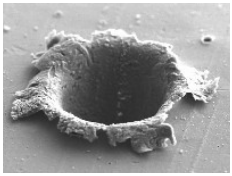
Pokuste se najít libovolný vztah mezi rychlostí meteoroidu dané hmotnosti těsně před dopadem na povrch Země a poloměrem vzniknuvšího kráteru.

Na problém narazil Honza Prachař při psaní textu Fyzikální olympiády.

Běžný meteoroid dopadá na zemi minimálně první kosmickou rychlostí ($8\,\mathrm{km\cdot s^{-1}}$), ale spíše rychlostí mnohem větší. Velikost meteoroidu má vliv na tvar kráteru. Tento možná lehce překvapivý závěr lze vysvětlit, když se zamyslíme nad poměrem kinetické energie meteoroidu a množstvím deformační energie, kterou je povrch schopen „absorbovat“. Když je velikost dopadajícího meteoroidu v mikrometrech až milimetrech, kráter vypadá jako na obr. 1 a 2.

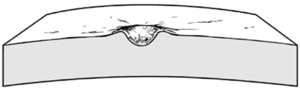
Obr. 1. Laboratorní experiment

Na obrázku 1 byla dopadová rychlost částice kolem $1\,\mathrm{km\cdot s^{-1}}$, na obrázku 2 byla dopadová rychlost částice desítky kilometrů za sekundu. V obou případech se jedná o kov. V prvním případě při nižší rychlosti došlo jenom k rozlámání materiálu v místě dopadu. V druhém případě byl materiál v místě dopadu úplně roztaven, jako voda vyšplíchnul z místa dopadu a okamžitě v meziplanetárním prostoru ztuhnul.

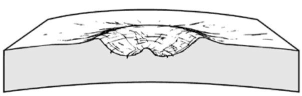


Obr. 2. Povrch sondy

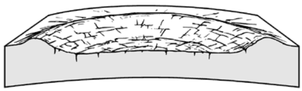
Předpokládejme, že rychlost meteoroidu při dopadu je kolem 40 kilometrů za sekundu, čili je zhruba stokrát vyšší než vystřelená kulka. Při takto vysoké rychlosti se povrch Země v okolí dopadu okamžitě roztaví a částečně vypaří – chová se jako kapalina. Rychlost přenosu energie je vyšší, než je rychlost zvuku v prostředí. Samotný dopad se pak podobá více výbuchu než deformačnímu působení (viz bod 3 dále). Proto se při popisu chování dopadu používá hydrodynamika, i když se na první pohled jedná o pevná tělesa. Na uvedených obrázcích je ukázáno, jak vypadá kráter v závislosti na velikosti dopadajícího meteoroidu.



Obr. 3. Malá dopadová rychlost, pevný materiál, malý rozměr meteoroidu.



Obr. 4. Velká dopadová rychlost, větší rozměr meteoroidu.



Obr. 5. Velký meteoroid, spíše už asteroid; rychlost malá, kolem $10\,\mathrm{km\cdot s^{-1}}$.

Ve všech případech je přenos energie do okolí velice rychlý. Plocha, přes kterou se přenáší energie (například zvukové vlny, ochlazování atd.), je velká vzhledem k energii a hmotnosti. Plocha totiž roste s r^2, ale kinetická energie podle (1) roste s $m \sim r^3$, tedy podstatně rychleji. Po vzniku malého kráteru dojde ke ztuhnutí prakticky okamžitě. U větších kráterů trvá tuhnutí déle, a proto se v jejich středu objevuje malý vrcholek. Jeho původ je stejný, jako když pustíte kámen do vody – po vodě se začnou šířit vlny. Jestliže roztavíte zem, vlny se po ní šíří a vytvarují centrální vrcholek. Neroztavený materiál je rozdrcen, chová se jako písek – je to také „kapalina“.[1]

[1] Na www adrese `http://www.lpl.arizona.edu/~gareth/impact/research/collapse/figs/` `/crater_anim_ring.gif` najdete animovanou ukázku hydrokódu (Simple Arbitrary Lagrangian-Eulerian Hydrodynamic Computer Code), který předpovídá chování země po dopadu meteoroidu.

Kinetická energie dopadajícího meteoroidu je

$$E_{\mathrm{kin}} = \tfrac{1}{2} m v^2 = \tfrac{1}{2} \left(\tfrac{4}{3}\pi r^3\right) \varrho v^2 \,. \tag{1}$$

Podívejme se, co se děje s touto energií. Přejde na tři jiné formy:

1. energii tepelnou,
2. kinetickou energii okolní země,
3. elastickou energii (např. deformace či pnutí materiálu).

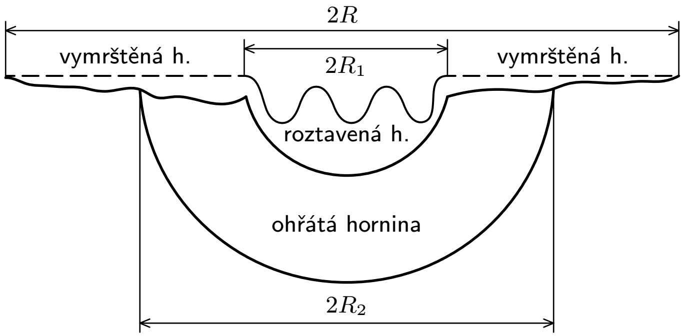
Již jsme si řekli, že pro velká tělesa můžeme bod 3 zanedbat. Energie se tedy mění v energii tepelnou a v hybnost okolní zeminy. Tedy

$$E_{\mathrm{kin}} = E_{\mathrm{tep}} + E_{\mathrm{hyb}} \,. \tag{2}$$

Tepelná energie je energie potřebná na roztavení a zvýšení teploty

$$E_{\mathrm{tep}} = mC_{\mathrm{P}}\Delta T_{\mathrm{P}} + ml_{\mathrm{P}\to\mathrm{K}} + C_{\mathrm{K}}\Delta T_{\mathrm{K}} \;\left(+ ml_{\mathrm{K}\to\mathrm{G}} + C_{\mathrm{G}}\Delta T_{\mathrm{G}}\right) ,$$

kde index P označuje pevnou fázi, K fázi kapalnou a G fázi plynnou, $l_{\mathrm{P}\to\mathrm{K}}$ je měrné skupenské teplo při přechodu pevná fáze–kapalina. Dopad může část horniny doslova vypařit. Hmotnost každé složky je jiná – jiné množství se roztaví a jiné (větší) množství se jenom ohřeje na vyšší teplotu. Stejný problém nás čeká i s hybností – část materiálu je vymrštěna ven do volného prostoru, část je vmrštěna zpětně do materiálu a dále ho může ohřát. Poloměr vzniknuvšího kráteru nechť je R. Dle pozorování nebude mít tento kráter tvar polokoule, ale spíše mělkého dolíku. Spodek kráteru bude zalitý roztavenou horninou.



Obr. 6. Situace po dopadu meteoroidu na zem.

Jak velké množství m horniny je tedy vymrštěno a jaké ohřáto? Vymrštěna bude hmota, která je blízko povrchu. Její objem bude tedy v prvním přiblížení roven $\pi R^2 \cdot h \sim R^3$, kde $h = C\cdot R$ je výška povrchu, který je vymrštěn (C je bezrozměrná konstanta). Většina vymrštěného materiálu je z těsného okolí dopadu. Například kdybychom tento útvar aproximovali kuželem, dostaneme $C = 1/3$.

Roztavenou a rozdrcenou horninu aproximujme polokoulí. Její objem je $\frac{2}{3}\pi R_1^3$. Po vychladnutí hornina ztuhne uvnitř kráteru, pevné dno se tak zvýší. Hornina, která byla jenom ohřáta, může být aproximována kulovým mezivrstvím, jehož objem je $\frac{2}{3}\pi(R_2^3 - R_1^3) \sim R^3$.

Vidíme, že jak E_{tep}, tak E_{hyb} závisí na R^3. Pak (dle (2) a (1))

$$\tfrac{1}{2}mv^2 \sim R^3 \quad \Rightarrow \quad R \sim v^{2/3} \doteq v^{0{,}667} \,.$$

Praktické experimenty s menšími krátery (ve smyslu do rozměrů kilometrů) ukazují, že závislost $R \sim v^{0{,}6\div0{,}7}$.

Někteří z vás se odkazovali na webové stránky. Za zmínku stojí například stránka `http://www.lpl.arizona.edu/impacteffects/`. Je na ní k dispozici modul umožňující vypočíst z rychlosti, velikosti meteoroidu a mnoho dalších údajů například průměr kráteru nebo sílu zemětřesení, které je dopadem vyvoláno. Model, podle kterého modul počítá, je popsán v dokumentu `http://www.lpl.arizona.edu/~marcus/CollinsEtAl2005.pdf`. Domnívám se, že to není moc zdařilý model: například pro bod rozpadu tělesa v atmosféře používá vzorec, kde výška rozpadu meteoroidu nezávisí na jeho velikosti. Pro průměr kráteru udává vzorec

$$D = 1{,}45 \left(\frac{\varrho_i}{\varrho_t}\right)^{\frac{1}{3}} L^{0{,}78} v^{0{,}44} g^{-0{,}22} \sin^{\frac{1}{3}} \vartheta \,,$$

kde ϱ_i je hustota dopadajícího tělesa, ϱ_t hustota země, L velikost meteoroidu, v dopadová rychlost, g gravitační zrychlení a ϑ úhel dopadu. Model dělali geofyzici a je to znát. Například závislost na úhlu dopadu je u reálných kráterů menší a spíše závisí na materiálu, do kterého meteoroid narazí. Pozorování kráterů na Zemi ukazují, že většina z nich je prakticky kruhová. Podle tohoto modelu by měla být velká část kráterů eliptických, což se nepozoruje. Model zjevně neuvažuje explozi. Závislost $D \approx v^{0{,}44}$ je vzhledem k experimentálním datům nevěrohodná.

Pavol Habuda
`bzuco@fykos.mff.cuni.cz`

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty UK MFF. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci UK MFF a podporován Ústavem teoretické fyziky UK MFF, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.