

## Jednotky na planetě Balónků

Každá fyzikální soustava, chce-li dosáhnout nějakého fyzikálního uplatnění (výsledku), musí ze vstupních dat vyprodukovat číslo krát tzv. rozměr tohoto čísla. Všechna odvození v následujících řešeních uděláme v soustavě SI.

Když vyjadřujeme délku, hustotu, tlak apod. pomocí čísel, vždy musíme za napsanými ciframi uvést také jednotky, ve kterých jsme měřili. Naměřili jsme délku 12 centimetrů nebo 12 stop? Či např. osvětlení: je to 1 lux nebo Hefnerova svíčka na čtverečný yard? Jednotka je nedílnou součástí výsledku.

V našem případě máme dvě soustavy jednotek. První je soustava SI (tvořena metrem, sekundou, kilogramem, mol...), druhá je balonková soustava ŠTLM (špurgl, temp, luftík, muška, ...). Každou fyzikální veličinu umíme převést z jedné soustavy jednotek do druhé.

Z nápovědy v první úloze (*Každý Balónek má maximálně jeden provázek.*) jste měli usoudit, že Balónci počítají ve dvojkové soustavě. Všechny číselné hodnoty byly proto zadané ve dvojkové soustavě a tak s nimi bylo potřeba nakládat. Řešení úloh uvádějí výsledky jak ve dvojkové tak v desítkové soustavě.

*Zuzka Safernová & Honza Prachař*

### 19. ročník, úloha IV.2 ... výprava na planetu Balónků (4 body; průměr 3,18; řešilo 28 studentů)

NASA chystá velkou výpravu na planetu Balónků za účelem navázání komunikace s tamními inteligentními dutými bytostmi. Špiónům se podařilo zjistit od místních informátorů následující údaje: atmosféra je složena z plynu o muškové hmotnosti 10001 luftiků na mušku, počet molekul atmosféry v jedné mušce je  $10^{1101}$ , tloušťka atmosféry je  $10^{10001}$  špurglů a srovnáním teploměrů obou civilizací špióni určili, že sedmi pozemským kelvinům odpovídá jeden luftík krát špurgl čtverečný na temp čtverečný.

Určete teplotu na povrchu planety a rozhodněte, zda by si měli kosmonauti vzít spíše tričko či kožich. Při řešení se vám můžou hodit i údaje z již zmíněné soutěže.

*Úloha ze starého ročníku FYKOSu.*

Pro jednoduchost předpokládejme, že hustota atmosféry je konstantní v celé své výšce. Jiný podobně jednoduchý model předpokládá lineární pokles hustoty s výškou. Složitější modely, používající např. barometrickou formuli

$$p = p_0 \exp\left(-\frac{\rho_0 gh}{p_0}\right)$$

(kterou dostaneme za předpokladu konstantní teploty ve všech výškách), mají jeden velký problém. Vždy v nich neznáme hodnotu víc než jedné neznámé. Potřebovali bychom vědět hodnoty tlaku, teploty, hustoty, ... v jednom bodě svrchní vrstvy atmosféry. Jelikož tyto informace nemáme, je nejjednodušší spokojit se s lineárním, leč nerealistickým modelem (jež takovýto bod poskytuje).

K dalšímu řešení využijeme stavovou rovnici ideálního plynu  $pV = NkT$ . Hustota atmosféry je konstantní. Tlak na povrchu planety (atmosféra má výšku  $h$ ) je roven hydrostatickému tlaku  $p = \rho gh$ . Dosazením těchto dvou rovnic do sebe dostaneme

$$T = \frac{ghM_m}{N_A k}.$$

Všechny výše uvedené rovnice platí i na planetě Balónků. Potíž činí „Boltzmannova konstanta“ v jednotkách ŠTLM. V jednotkách SI je její rozměr J/K. V TŠLM jednotkách si ji označme  $k'$  a zvolme  $k' = 1$  (bezrozměrně). Pak platí

$$T = \frac{ghM_m}{N_A k'} \equiv \frac{ghM_m}{N_A}.$$

Toto je vyjádření teploty v TŠLM ( $[T] = \text{luftík} \cdot \text{špurgl}^2 \cdot \text{temp}^{-2}$ ). My ovšem chceme vyjádřit teplotu  $T$  v soustavě SI. V zadání zaznělo: *sedmi pozemským kelvinům odpovídá jeden luftík krát špurgl čtvereční na temp čtvereční*. Takže nahradíme-li v rovnici v TŠLM jednotkách  $\text{luftík} \cdot \text{špurgl}^2 \cdot \text{temp}^{-2}$  sedmi kelviny, dostaneme teplotu v jednotkách SI.

$$\frac{ghM_m}{N_A} \left[ \frac{\text{luftík} \cdot \text{špurgl}^2}{\text{temp}^2} \right] = 7 \cdot \frac{ghM_m}{N_A} [\text{K}] = T[\text{K}].$$

Po dosazení zadaných jednotek dostáváme  $T = 11\,010\,000\,010\,000$  v kelvinech.

Většina z vás si uvědomila, že toto číslo je opravdu velmi velké a Balónci by za této teploty nemohli existovat. Někteří z vás objevili práci záškodnického šotka a jeho záludnost napravili (tzn. upravili formulaci zadání: *jednomu kelvinu odpovídá sedm luftíků krát špurgl čtvereční na temp čtvereční*). Z této změny vyplývá teplota  $100\,010\,000_{[2]}$  K, což je sympatických  $272_{[10]}$  K.

Správnou odpovědí na zadanou otázku po překonání všech peripetií tedy je, že kosmonauti by si měli vzít kožich. Vzhledem ke všem možným nástrahám, které na vás číhaly a z nichž ne všechny byly úmyslné, jsme uznávali i odpověď tričko, ovšem pokud byla podpořena výsledkem  $13\,328$  K či jeho adekvátem plynoucím z jiného modelu.

*Zuzka Safernová & Pavol Habuda*

*zuzka@saferna.net, bzuc0@fykos.mff.cuni.cz*