

**19. ročník, úloha III. 4 ... stoupavý proud** (3 body; průměr 2,16; řešilo 31 studentů)

Letadlo letí vodorovně rychlostí  $v$  a najednou vletne do stoupavého proudu o rychlosti velikosti  $v'$ . Jaké bude počáteční vertikální zrychlení letadla těsně po nalétnutí do stoupavého proudu?

Předpokládejte, že součinitel vzlaku  $C$  (koeficient v Newtonově vzorci pro vzlak) závisí lineárně na úhlu, který svírá směr proudění vzduchu s rovinou křídla.

*Navrhl Matouš Ringel, když mu úlohu odmítl prof. Volf do FO.*

Svislá vztlková síla působící na letadlo je dle Newtonova vzorce rovna

$$F_v = \frac{1}{2} C \rho S v^2,$$

kde  $S$  je celková nosná plocha křídla,  $\rho$  hustota vzduchu a  $v$  velikost rychlosti vzduchu vůči křídlu. Koeficient vzlaku  $C$  charakterizuje křídlo včetně jeho náklonu vůči vzduchu.

Sledujme problém ze soustavy spojené s letadlem. Na počátku letadlo letí vodorovně, křídlo je skloněno vůči horizontální rovině, ve které fouká vítr, o úhel  $\alpha_0$ , jak vidíme na obr. 1. Po nalétnutí do stoupavého proudu začne na křídlo proudit vzduch pod úhlem  $\alpha$  jako na obr. 2.

Podle zadání víme, že součinitel  $C$  je lineárně závislý na úhlu náklonu, pro koeficient odpovídající úhlu náklonu  $\alpha_0$  platí  $C_0 = \tilde{C} + k\alpha_0$ . Koeficient odpovídající úhlu náklonu  $\alpha + \alpha_0$  můžeme vyjádřit ve tvaru  $C = \tilde{C} + k(\alpha_0 + \alpha) = C_0 + k\alpha$ .

Úhel  $\alpha$  můžeme určit z obr. 2,  $v'/v = \tan \alpha \approx \alpha$ . Aproximaci provádíme za předpokladu, že rychlost stoupavého proudu je mnohem menší než horizontální rychlost letadla. Přímou dosazením do Newtonova vzorce vypočítáme sílu působící na letadlo.

$$F_{\text{před}} = \frac{1}{2} C_0 \rho S v^2,$$

$$F_{\text{po}} = \frac{1}{2} C \rho S (v^2 + v'^2) = \frac{1}{2} (C_0 + k\alpha) \rho S (v^2 + v'^2) = \frac{1}{2} (C_0 + kv'/v) \rho S (v^2 + v'^2).$$

Síla  $F_{\text{před}}$  kompenzuje gravitaci, proto počáteční vertikální zrychlení je rovno

$$a = \frac{F_{\text{po}} - F_{\text{před}}}{m} = \frac{C_0 v'^2 + kv'(v'^2 + v^2)/v}{2m} \rho S,$$

kde  $m$  je hmotnost letadla.

**Petra Suková & Karel Tůma**

pet@fykos.mff.cuni.cz, kajinek@fykos.mff.cuni.cz