

18. ročník, úloha II. 4 ... zoufalí trosečníci (4 body; průměr 1,32; řešilo 31 studentů)

Trosečníci na severním pólu si chtějí zpříjemnit chvíli před blížící se smrtí posledním šálkem kávy. Poradte jim, jak si mají ohřát vodu, aby se jí dostalo na co nejvíce z nich. Se svými skromnými technickými prostředky mohou ohřev realizovat následujícími způsoby:

- Akumulátor o vnitřním odporu $2R$ přímo připojí k topné spirále o odporu R .
- Tentýž akumulátor připojí do série s topnou spirálou a kondenzátorem. Pokaždé, když se kondenzátor nabije, jej z obvodu vytáhnou a připojí obráceně.
- Tímtež akumulátorem budou střídavě nabíjet kondenzátor a vybijet ho přes topnou spirálu.
Vymyslel Matouš Ringel, když si na výletě vařil kávu.

Naši trosečníci si na severní pól dovezli vskutku nadstandardní vybavení – mají akumulátor, kondenzátor a topnou spirálu. Jako nejjednodušší způsob, jak ohřát vodu, se jeví využít pouze akumulátor a topnou spirálu. Ale bude tento způsob neúčinnější? Účinnosti ve třech možných zapojeních si rozeberme podrobně. Počítáme přitom teoretické účinnosti, tj. skutečné účinnosti zahrnující ztráty na jednotlivých spotřebičích jsou ještě menší.

- Energie zdroje se spotřebuje na zahřátí zdroje o odporu $2R$ a topné spirály o odporu R . Akumulátor a spirála jsou zapojeny do série. Oběma tak prochází stejný proud a toto zapojení funguje jako napěťový dělič. Napětí se rozdělí v poměru odporů. Na akumulátoru bude napětí $2U/3$ a na spirále $U/3$. Výkon se rozdělí ve stejném poměru. U tohoto zapojení jsou tedy trosečníci schopni využít $1/3$ možného výkonu.
- Projedme si společně jeden cyklus od okamžiku, kdy je na kondenzátoru nulové napětí, do okamžiku, kdy je opět téměř vybitý. Po připojení napájení bude obvodem procházet proud $I = U/3R$ až do chvíle, než se kondenzátor nabije na napětí U . Zdroj vykonal práci CU^2 . Z toho energii $CU^2/2$ získal kondenzátor a zbylá $CU^2/2$ se rozdělila v poměru 2:1 mezi akumulátor a topnou spirálu. Na spirálu tedy připadá $CU^2/6$.

Poté kondenzátor z obvodu vytáhneme a připojíme obráceně. Nyní kondenzátor podporuje zdroj ve vykonání práce CU^2 . V obvodu je celková energie $3CU^2/2$, protože do celkové energie musíme započítat i energii nabitého kondenzátoru $CU^2/2$. Po skončení cyklu je kondenzátor vybitý, tj. jeho energie je nulová. Všechna energie se podle zákona zachování energie musela rozdělit mezi akumulátor a spirálu. Obdobně jako v a) v poměru 2:1. V této části cyklu získala topná spirála energii $CU^2/2$.

Celková energetická bilance nám říká, že během jednoho cyklu zdroj dodá energii $2CU^2$ a spirála přijme $2CU^2/3$. Výkon je tedy stejný jako v části a), a to $1/3$ celkového výkonu. Samozřejmě bychom měli vzít v úvahu, že při tomto zapojení budou ztráty větší než při zapojení a).

- Nejdříve zapojíme do obvodu pouze akumulátor a kondenzátor. Z energie odebrané z akumulátoru získá kondenzátor energii $CU^2/2$. Po nabití kondenzátor odpojme a necháme jej vybitý přes topnou spirálu. Té předá kondenzátor svou energii. Tento způsob je neúčinnější, protože se při něm na spirále $1/2$ možné energie přemění na teplo.

Je zajímavé, že pouze 5 řešitelů napadlo přemýšlet nad účinnostmi jednotlivých způsobů a neodbyť řešení úlohy povídáním, jaká je na severním pólu zima a že nevhodnější bude použít způsob a), který vypadá nejjednodušeji. Mnozí řešitelé se zaměřili na určení proudů protékajících obvodem v jednotlivých zapojeních, ale to nevedlo tak přímočaře k řešení jako propočítání účinností. Výsledkem je celkově nízký počet bodů za tuto úlohu.

Jana Hrudíková
hrudikoj@seznam.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty UK MFF. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci UK MFF a podporován Ústavem teoretické fyziky UK MFF, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.