

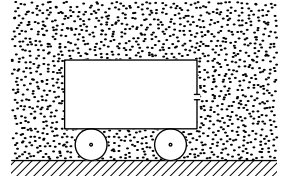
18. ročník, úloha I. P ... antiraketa (4 body; průměr 1,60; řešilo 82 studentů)

Uvažme nádobu na kolečkách s otvorem dle obr. 1. Uniká-li stlačený vzduch z nádoby ven, nádoba se pohybuje. Jde o princip analogický raketovým motorům. Představme si nyní opačnou situaci. Nádobu, v níž bylo vakuum, umístěnou ve vzduchu, který do nádoby proudí malým otvorem. Jak se bude nádoba pohybovat? Předpokládejte, že se nádoba může po zemi pohybovat bez odporu.

Úloha z prvního ročníku FYKOSu.

Ujasníme si nejdříve počáteční stav. Molekuly plynu obklopují antiraketu, uvnitř se však nenachází žádná molekula. Jedná se tedy o značně uspořádaný stav, který se určitě nezachová a přejde do konečného, co nejvíce neuspořádaného stavu. Molekuly v něm budou vyplňovat celý prostor okolo a uvnitř antirakety. Takže nás už zajímá jen to, co se děje mezi těmito stavy s antiraketou.

Můžeme zvolit různé přístupy k tomuto problému (dohodneme se však, že bez větší chyby můžeme zanedbat případný odpor plynu vůči raketě, protože se bude pohybovat velmi pomalu). O tlaku před otvorem můžeme říci, že je jen nepodstatně menší než tlak v okolí, protože okolí je neohraničené a tlaky se velmi rychle vyrovnávají. Jedná se tedy o kvazistacionární děj.



Obr. 1. Antiraketa

Mikroskopický přístup

Při tomto přístupu se snažíme zjistit, co se děje s jednotlivými molekulami. V první řadě si uvědomme, že molekuly uvnitř antirakety, které narazí na její zadní stěnu (stěna naproti otvoru), na ní nezůstanou „přilepené“, ale odrazí se k otvoru, a některé dokonce přes něj vyletí ven. Zároveň dochází ke srážkám uvnitř nádoby a přes otvor přilétají molekuly (s postupujícím časem stále méně). Museli bychom tedy nějak vyjádřit, kolik molekul narazí do zadní a kolik do přední stěny, což zjevně vůbec není jednoduché. Jinými slovy, tento přístup není realizovatelný jednoduchými úvahami.

Tlak plynu

Dohodli jsme se na předpokladu, že antiraketa se bude pohybovat pomalu. To znamená, že tlak před a za antiraketou je bez větší chyby stejně velký, označme ho $p_1(t)$ (tlak v čase t). Zevnitř působí na zadní stěnu tlak $p_2(t)$, na přední stěnu tlak $p_3(t)$, který určitě nebude menší než tlak $p_2(t)$, pokud přední stěnou vlétávají molekuly. V konečném stavu jsou samozřejmě stejně velké, platí $p_2(t) \leq p_3(t)$. Na zadní stěnu působí tedy síla

$$F_z = S[p_1(t) - p_2(t)],$$

v přední stěně je otvor o ploše ΔS , takže výsledná síla je

$$F_p = (S - \Delta S)[p_1(t) - p_3(t)].$$

Porovnáním sil zjišťujeme $F_z > F_p$, protože $S > S - \Delta S$ a

$$p_1(t) - p_2(t) \geq p_1(t) - p_3(t).$$

To znamená, že výsledná síla má směr \mathbf{F}_z a velikost $F(t) = |F_z - F_p|$. Antiraketa se pohybuje otvorem směrem dopředu. Vzhledem k tomu, že tlaky se vyrovnávají, se tato síla s časem zmenšuje. Antiraketa se pohybuje se stále se zmenšujícím zrychlením.

Někteří řešitelé si situaci zjednodušili tvrzením, že před otvorem vzniká podtlak, který antiraketu „vcucává“, což je, jak už víte, zanedbatelné.

Zákon zachování energie

Energie je skalární veličinou, proto nám při zjišťování směru pohybu nepomůže znalost změny celkové energie molekul plynu. Mohli bychom však zjistit, zda se vůbec změní; museli bychom ale nějakým numerickým způsobem spočítat celkovou energii molekul plynu na konci celého děje. Takže tato metoda nám příliš nepomůže. Někteří řešitelé si uvědomili, že pokud se plyn rozpíná do vakua, nekoná práci, protože ji nemá kam odevzdat. Náš případ však není analogický, protože antiraketa se může pohybovat.

Zákon zachování hybnosti

Předpokládáme, že plyn v okolí se nachází v kvazistacionárním stavu, celková jeho hybnost je tedy nulová. Otvorem můžou vyletovat jen molekuly, které mají nenulovou vodorovnou složku hybnosti ve směru k otvoru. Je jich však méně než molekul, které do antirakety vletují, protože uvnitř antirakety je menší koncentrace molekul. Vyletující molekuly mají proto menší hybnost než vletující molekuly. Aby platil zákon zachování hybnosti, musí se antiraketa pohybovat ve směru opačném než vlétávající molekuly, to znamená otvorem dopředu.

Postupně se hybnosti molekul, které prolétávají otvorem opačným směrem, vyrovnávají, protože se tlaky postupně vyrovnávají. Antiraketa proto zvyšuje svou hybnost stále méně, zrychlení je stále menší, dokud se tlaky nevyrovnanají. Tehdy je rovné nule.

V každém případě je výsledný pohyb antirakety téměř nepostřehnutelný.

Peter Zalom

peter@fykos.mff.cuni.cz