



## Zadání I. série



Termín odeslání: 20. října 2003

**Milí přátelé!**

Vítáme vás v XVII. ročníku Fyzikálního korespondenčního semináře Matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy.

S první sérií nám prosím pošlete na zvláštním papíru vaše jméno a příjmení, adresu pro korespondenci, e-mail (máte-li), školu, třídu a rok maturity. Řešení každé úlohy pište na *zvláštní* papír formátu A4 a *všechny* papíry podepište. Není třeba posílat řešení všech úloh, řešitelé, kteří vyřeší vše, jsou výjimkou.

U experimentální úlohy nezapomeňte experiment nejen navrhnout, ale i provést, naměřené hodnoty zpracovat, určit z nich výsledek a provést diskuzi chyb. Odměnou vám bude vyšší počet bodů, jímž je experimentální úloha hodnocena.

Podrobnější informace najdete v příloženém letáku nebo na <http://fykos.mff.cuni.cz>. Přejeme vám spoustu příjemných chvil strávených s našim seminářem.

Za kolektiv organizátorů

**Honza Houštek**

### Úloha I. 1 ... plovající špunt

Máme vědro s vodou a v něm na dně rukou držíme korkový plovák. Takto pustíme vědro ze střechy budovy a zároveň pustíme plovák. Kde se bude plovák nacházet těsně předtím, než vědro narazí na zem? Budova je vysoká 30 m.

### Úloha I. 2 ... zlatá rybka

Představte si dva rybáře sedící naproti sobě na březích řeky široké 30 m. Zlatá rybka plavající ve vodě spolkně v jednu chvíli návnadu obou z nich. Vzdálenost od rybky k prvnímu rybáři je 17 m, ke druhému 20 m. V tu chvíli začnou oba rybáři navíjet, pořád rychleji a rychleji avšak oba zrychlují stejně. A my se ptáme, po jaké křivce (před jejím analytickým vyjádřením preferujeme její název) se rybka dostane na přímkou mezi oběma navijáky.

### Úloha I. 3 ... vrh šikmý vzhůru

Fykosák se (po absolvování letošního soustředění) rozhodne cvičit v hodu granátem. Nemá ale k dispozici rovný terén, tak hází ve svahu. Směrem dolů dokáže dohodit 62 m, ale proti svahu jen 53 m (udělal mnoho pokusů, takže v obou případech našel optimální úhel). Určete sklon svahu.

### Úloha I. 4 ... závodník

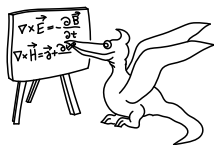
Auto zrychlí z klidu na  $100 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  za půl minuty, přičemž ujede kilometr. Určete průběh rychlosti tak, aby se minimalizovala maximální velikost absolutní hodnoty zrychlení, kterého auto během pohybu dosáhne.

### Úloha I. P ... led a kyselina

Na jeden kilogram ledu o teplotě  $0^\circ\text{C}$  nalijeme 900 g 66% kyseliny sírové, taktéž o teplotě  $0^\circ\text{C}$ . V jakém stavu se systém ustálí, pokud víte, že teplo tání ledu je větší než teplo uvolněné při smísení použité kyseliny a jednoho litru vody?

## Úloha I. E ... *absolutní nula*

S experimentálním vybavením dostupným v době Lorda Celsia změřte teplotu absolutní nuly (v Celsiově stupnici). Poradíme vám, že pro měření můžete využít například vlastností ideálního plynu.



## Seriál na pokračování

### O čem to bude?

Letošní seriál se bude zabývat elektromagnetizmem. Jedná se o disciplínu, o jejímž praktickém i teoretickém významu nelze pochybovat. O praktických aspektech se zřejmě není třeba zmiňovat, na elektromagnetickém základě je založena většina dnešní techniky od velkých strojů po miniaturní elektroniku. Nemenší revoluci ovšem způsobil objev teorie elektromagnetické pole v samotné teoretické fyzice.

### O tomto textu

Než se pustíme do fyziky, pokusíme se popsat, co lze očekávat od tohoto seriálu. V žádném případě ho nelze zaměňovat s učebnicí<sup>1</sup>, tu ostatně budete pravděpodobně při jeho čtení často potřebovat. Cílem je popsat některé části této jinak velmi složité a obsáhlé disciplíny, a to pokud možno pro středoškolačka srozumitelnou a zajímavou formou.

Při čtení seriálu mějte neustále na paměti, že je tu právě pro vás. Nemůžeme samozřejmě vyhovět všem, někdo se z něj příliš nového nedozví<sup>2</sup> a jinému se bude možná zdát příliš těžký. Chceme se proto pohybovat na takové úrovni, která bude vyhovovat co nejvíce čtenářům. To se nám ovšem nepodaří bez vašich ohlasů.

Na adresu [serial@fykos.mff.cuni.cz](mailto:serial@fykos.mff.cuni.cz) pošlete veškeré dotazy a připomínky, ať už půjde o upozornění na chybu, doplňující dotaz k výkladu či přání na obsah dalších dílů. V žádném případě se nebojte napsat, že jste něco nepochopili. Bude-li vás více, pokusíme se k tématu podrobněji vrátit i v dalších dílech. Každý ohlas nám pomůže zlepšit kvalitu seriálu.

## Kapitola 1: Co to je pole?

### Špetka historie

Na začátku 19. století byly známy některé jevy, které v současné době vysvětlujeme elektromagnetickou teorií. Nejprve se elektřina a magnetismus vyvíjely odděleně, ale poměrně brzy bylo jasné, že navzájem souvisí. Např. vodič s proudem vytváří magnetické pole a změna magnetického pole vytváří pole elektrické. Pestrý řetěz experimentů a dílčích teorií završil roku 1873 skotský fyzik a matematik James Clerk Maxwell formulací tzv. Maxwellových rovnic pro elektromagnetické pole.

<sup>1</sup>) Např. B. Sedlák, R. Bakule: *Elektřina a magnetismus*, SPN, Praha 1973, 1980, 1986.

<sup>2</sup>) Celý první díl je převážně o zavedení základních pojmů. Kdo se při jeho čtení bude nudit, může nám místo toho poslat náměty na další díly.

## Elektrický náboj

Než si vysvětlíme, co to vlastně je elektromagnetické pole, je třeba zmínit jiný pojem – *elektrický náboj*. Podobně jako hmotnost je elektrický náboj vlastností hmoty. Většinou o něm hovoříme v souvislosti s elementárními částicemi – ty jsou buď elektricky neutrální (mají nulový náboj), nebo nesou elektrický náboj určité velikosti. Narozdíl od hmotnosti může elektrický náboj nabývat kladné i záporné hodnoty, mluvíme o *kladném* a *záporném náboji*. Jednotkou náboje v soustavě SI je Coulomb (C), o jeho definici se zmíníme později. Značí se většinou  $Q$  či  $q$ .

Náboj neutronu je nula, proton a elektron mají stejně velký náboj<sup>3</sup> opačného znaménka o velikosti  $e = 1,602\,177\,33 \cdot 10^{-19}$  C, tzv. *elementární náboj*. Historicky byl stanoven<sup>4</sup> náboj protonu kladný a elektronu záporný.

Důležitou vlastností elektrického náboje je jeho „nezávislost na ničem“. Elektron má náboj  $e$  nezávisle na tom, kde se nachází, jak rychle se pohybuje, jak a s čím interaguje, či z jaké soustavy ho pozorujeme. Ze speciální teorie relativity víme, že hmotnost takové vlastnosti nemá!

## Interakce elektrických nábojů

Veškeré elektromagnetické jevy nějakým způsobem souvisí s elektrickým nábojem. Ano, i magnetické! Jedním z důvodů, proč jsou elektřina a magnetismus neoddelitelné, je právě fakt, že neexistují žádné magnetické náboje. Zjednodušeně lze říct, že celá elektromagnetická teorie je o popisu vzájemného působení elektrických nábojů<sup>5</sup>.

Teď možná někteří z vás vylovili z paměti tzv. Coulombův vzorec pro silové působení mezi dvěma náboji a uvědomili si, že na něm asi nebude vše zcela v pořádku. Podle tohoto vzorce na sebe dva náboje působí navzájem opačnými silami (akce a reakce) ve směru jejich spojnice o velikosti  $F = kQ_1Q_2/r^2$  ( $r$  je vzdálenost nábojů o velikostech  $Q_1$  a  $Q_2$  a  $k$  je konstanta), síly jsou odpudivé pro souhlasně nabitě a přitažlivé pro opačně nabitě náboje.

Pokud by Coulombův vzorec bez omezení platil, pak by jím byl (v duchu předminulého odstavce) popsán celý elektromagnetismus. Tak jednoduché to ale není. Pohne-li se např. jeden z nábojů, neprojeví se změna síly na druhý náboj okamžitě, ale s určitým zpožděním. Pohybují-li se oba náboje, přidává se ke coulombické síle ještě další složka, která, jak se dozvíme, odpovídá magnetickému působení. Coulombův zákon přesně platí pouze pro náboje, které jsou neustále v klidu (tzv. elektrostatika).

## Co to tedy je to pole?

Ukazuje se, že opravit nějakým jednoduchým způsobem Coulombův vzorec tak, aby za každé situace správně udával silové působení dvou nábojů, není možné. Místo toho se zavádí prostředník, kterým je právě elektromagnetické pole. Představa o vzájemném působení nábojů je upřesněna. Náboje vytváří v prostoru entitu zvanou *elektromagnetické pole*, její vznik a chování popisují již zmíněné *Maxwellovy rovnice*. Toto pole pak na náboje, které se v něm nachází, působí silou. Tato síla je součtem elektrické a magnetické síly a nazývá se *Lorentzova*.

<sup>3)</sup> I ostatní elektricky nabitě částice mají buď stejně velký náboj, případně jeho racionální násobek, nicméně pro samotnou elektromagnetickou teorii není toto „kvantování náboje“ podstatné.

<sup>4)</sup> Lze to chápat jako jistou konvenci, žádný fundamentální důvod v této volbě není.

<sup>5)</sup> Platí to i pro elektromagnetické vlny, které se šíří i bez přítomnosti nábojů. Bez nábojů je ale nelze ani vytvořit, ani detekovat, je to tedy také forma interakce mezi náboji.

Teorie se nám tedy rozpadá do dvou částí. Jedna bude popisovat působení elektromagnetického pole na náboje. Tato část je triviální a je obsažená ve vzorcích pro Lorentzovu sílu dále v tomto textu. Druhá část bude popisovat chování a vlastnosti elektromagnetického pole. Jak už jsme zmínili, budou zde hlavní roli hrát Maxwellovy rovnice.

Elektromagnetického pole lze tedy považovat za formální matematický prostředek sloužící k popisu interagujících nábojů. Ukazuje se ovšem, že fyzikální význam elektromagnetického pole je hlubší, a že je spíše třeba ho chápat jako něco, co skutečně v prostoru existuje (podobně jako tam existují náboje nebo hmota). Jedním z hlavních argumentů je fakt, že pole má takové vlastnosti jako energii či hybnost<sup>6</sup>.

### Co to znamená matematicky

Elektromagnetické pole má dvě složky – elektrickou a magnetickou. Obě jsou tzv. vektorová pole, tj. v každém bodě prostoru je určen vektor udávající „sílu“ tohoto pole v tomto bodě. Tato „síla“ se u elektrického pole nazývá *elektrická intenzita*, značí se  $\mathbf{E}$  a má jednotku  $V \cdot m^{-1}$ . U magnetického pole to pak je *magnetická indukce* značená  $\mathbf{B}$  s jednotkou Tesla (T). O definici jednotek se stejně jako u náboje zmíníme příště.

Matematicky je tedy celé pole dané šesti funkcemi čtyř proměnných (tři složky  $\mathbf{E}$  a tři složky  $\mathbf{B}$  jsou funkcemi prostorových souřadnic a v případě nestacionárního pole i času). Je důležité si uvědomit, že pole není narozdíl od veličin jako je hmotnost či síla určené jedním či více čísly. Je třeba znát velikost pole v každém bodě oblasti, ve které ho zkoumáme!

### Lorentzova síla

Na náboj  $q$  umístěný v elektrickém poli působí (elektrická) síla  $\mathbf{F}_e = q\mathbf{E}$ . Znaménko náboje je důležité – na kladný náboj působí síla ve směru  $\mathbf{E}$ , na záporný náboj v opačném směru. Vektor  $\mathbf{E}$  bereme pochopitelně v místě, kde se právě nachází náboj. S magnetickou silou je to o něco složitější – působí na pouze na pohybující se náboje a to podle vzorce  $\mathbf{F}_m = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ . Komu nic neříká křížek v tomto vzorcí, měl by co nejdříve zalistovat nějakou učebnici (nebo vyhledat učitele matematiky). Je o *vektorový součin* dvou vektorů, jeho znalost se vám bude hodit mnohem častěji než jen při výpočtu magnetické síly.

### Úloha I. S ... elektromagnetické pole

- V prostoru je homogenní magnetické a elektrické pole (homogenní pole má svou veličinu všude stejnou co do velikosti i směru). Je dána velikost  $\mathbf{E}$  i  $\mathbf{B}$  a tyto vektory jsou na sebe kolmé. Jak se musí pohybovat elektron, aby na něj nepůsobila žádná síla? Jak je to v případě, že  $\mathbf{E}$  a  $\mathbf{B}$  svírají úhel  $60^\circ$ ?
- Jak bylo řečeno v seriálu, nezmění při přemístění jednoho z nábojů síla působící na druhý náboj hned. Pokuste se na základě tohoto faktu vysvětlit, proč má elektromagnetické pole hybnost.

Naše adresa:

**FYKOS**

**UK v Praze, Matematicko-fyzikální fakulta**

**Ústav teoretické fyziky**

**V Holešovičkách 2**

**180 00 Praha 8**

www: <http://fykos.mff.cuni.cz>

e-mail: [fykos@mff.cuni.cz](mailto:fykos@mff.cuni.cz)

<sup>6)</sup> V tom smyslu, že může energii a hybnost získávat od nábojů nebo ji nábojům předávat, bez započítání pole neplatí zákony zachování. O zákonech zachování v elektromagnetickém poli se podrobněji zmíníme v dalších dílech.