

**16. ročník, úloha II. 2 ... malý velký problém** (4 body; průměr 2,34; řešilo 35 studentů)

Hvězdný koráb se skládá ze dvou kabin o hmotnosti  $M$ , mezi nimiž se nalézá spojnice délky  $2l$  (koráb tedy vypadá trochu jako činka). Jedna z kabin byla zasažena malým (hmotnost  $m \ll M$ ), ale pekelně rychlým (rychlost  $u$ ) meteoroidem. Po této fatální kolizi se loď začala pohybovat a také rotovat (úhlovou rychlost rotace označme  $\omega$ ). Jak daleko od nezasažené kabiny onen meteoroid proletěl? Můžete předpokládat, že rychlost zbytků po meteoroidu vzhledem ke kabině je zanedbatelná v porovnání s rychlostí  $u$ .

Nejlepší bude, budeme-li srážku popisovat v rovině, ve které leží vektor rychlosti meteoroidu  $\mathbf{u}$  a spojnice obou kabin. Tato rovina je výhodná, protože se v ní bude odehrávat celý pohyb. Ze zadání plyne, že hvězdný koráb se před srážkou nepohybuje. Úhel mezi rychlostí  $\mathbf{u}$  a spojnici kabin označme  $\alpha$ . Je tedy zřejmé, že minimální vzdálenost od druhé kabiny je  $x = 2l \sin \alpha$ , pro úhly  $\alpha < \pi/2$ , pro větší úhly bude nejmenší vzdálenost druhé kabiny  $2l$  (při nárazu), protože meteoroid před dosažením nejmenší vzdálenosti narazí do první kabiny.

Nyní musíme spočítat, jak výsledná úhlová rychlost  $\omega$  souvisí s úhlem nárazu  $\alpha$ . To spočítáme ze zákona zachování momentu hybnosti. Moment hybnosti hvězdného korábu před srážkou je nulový, letícího kamene  $mul \sin \alpha$  (počítáno vzhledem k těžišti korábu). Po srážce je moment hybnosti kamene zanedbatelný a hvězdného korábu  $J\omega$ . Tedy podle zákona zachování momentu hybnosti platí

$$J\omega = mul \sin \alpha.$$

Musíme tedy spočítat moment setrvačnosti korábu  $J$ . Budeme-li kabiny považovat za malé, dostaneme

$$J = 2Ml^2.$$

Dosazením do předchozích vztahů dostaneme

$$\sin \alpha = \frac{2Ml\omega}{mu}.$$

Nyní již spočítáme hledanou minimální vzdálenost.

$$x = \frac{4Ml^2\omega}{um}.$$

Na první pohled se zdá, že je úlohu možné řešit pomocí zákona zachování kinetické energie a zákona zachování hybnosti. Toto řešení není správné, protože se při této srážce kinetická energie nezachovává. To je vidět z toho, že pokud by se meteoroid odrazil pružně, byla by velikost jeho výsledné rychlosti srovnatelná s  $u$ , jelikož hmotnost lodi je mnohem větší než hmotnost meteoroidu. V našem případě se ovšem kinetická energie spotřebuje na rozbití meteoroidu a lodi.

**Karel Honzl**  
fykos@mff.cuni.cz