

16. ročník, úloha II. 1 ... ztraceni v temnotě (3 body; průměr 1,52; řešilo 31 studentů)

Jeníček a Mařenka, zabráni do závažné diskuze nad zajímavým fyzikálním problémem, zbloudili v temném hvozdu. A tak, ve snaze nalézt východisko ze zoufalé situace, rozhodl se Jeníček vylézt na statný smrk v naději, že svým ostržím zrakem zahlédne spásný záblesk světla. Jak nejdále od této dřeviny by se muselo nacházet nechvalně proslulé obydlí ještě nechvalněji proslulé okultistky a gurmánky Jagy Babové, aby Jeníček získal falešnou naději na záchranu v důsledku osvětlení 100 W žárovkou svítící v obývacím pokoji výše zmíněného domu?

Fotometrický přístup

Příklad budeme řešit třemi různými způsoby a výsledky porovnáme. Prvně řešíme problém z hlediska fotometrických veličin. Žárovku považujeme za zdroj světla o svítivosti 200 cd. Minimální osvětlení, které je lidské oko ještě schopné registrovat, je přibližně $3 \cdot 10^{-5}$ lux. Tyto hodnoty si většina z vás někde našla a považovala je za správné. Mezi osvětlením I a svítivostí E platí vztah

$$I = \frac{E}{r^2} \quad \implies \quad r = \sqrt{\frac{E}{I}} = 2600 \text{ m.}$$

Jelikož žárovka nesvítí jenom ve viditelné části spektra, ale převážně v infračervené, budeme ve skutečnosti žárovku vidět jako slabší zdroj. Budeme ji tedy vidět blíže než jsme spočetli. Dále svítivost žárovky závisí na geometrii jejího natočení vůči pozorovateli. Když se na žárovku díváme z boku, zdá se nám méně jasná, než když se na ni díváme z vrchu. Geometrii natočení dále neuvažujeme.

Bolometrický přístup 1

Bolometrická korekce je rozdíl magnitud naměřených vizuálně (pouhým okem) a bolometrem (přístrojem zaznamenávajícím veškeré záření). U Slunce je přibližně $-0,07^{\text{mag}}$. Pro těleso s barevnou teplotou 2 800 K, kterou většinou uvádějí výrobci žárovek, má bolometrická teplota hodnotu¹ $-3,8^{\text{mag}}$.

V závislosti na spektru tato hodnota může kolísat i o několik desetin magnitudy. Žárovka, kterou budeme vidět jako hvězdu 6^{mag} , bude mít díky bolometrické korekci bolometrickou magnitudu $2,2^{\text{mag}}$.

Použijme nyní Pogsonovu rovnici, která nám popisuje vztah mezi magnitudou a zářivým výkonem hvězdy (m_1 a m_2 jsou magnitudy příslušející intenzitám záření I_1 a I_2)

$$m_1 - m_2 = \log \frac{I_2}{I_1}.$$

Nulový kalibrační bod je dán tak, že těleso zářící s intenzitou $1 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ vnímáme jako hvězdu s jasností $-13,89^{\text{mag}}$. Nejslabší hvězdy viditelné pouhým okem mají zhruba 6^{mag} (za předpokladu čisté oblohy, nepřesvětlené okolním pouličním osvětlením). Ostrý zrak dovede vidět hvězdy až sedmé magnitudy. Fyziologické maximum je odhadováno na 9^{mag} , takový pozorovatel by ale musel být několik dní zavřen v úplné temnotě, aby si jeho oči zvykly na tmu. Dále budeme počítat s tím, že Jeník vidí hvězdy nanejvýš 6^{mag} .

$$2,2^{\text{mag}} - (-13,89^{\text{mag}}) = -2,5 \log \frac{P_0}{4\pi r_1^2 \mathfrak{S}_0} = -2,5 \log \frac{100\text{W}}{4\pi r_1^2 \cdot 1 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}},$$

¹⁾ Pro výpočet byl použit empirický fit podle článku *The Composite Observational – Theoretical HR Diagram*, The Journal of the Royal Astronomical Society of Canada, February/March 1998 Volume 92 Number 1 [669] page 36.

kde P_0 je výkon žárovky a \mathfrak{S}_0 je jednotková intenzita. Po dosazení dostaneme vzdálenost zhruba 4600 metrů.

Bolometrický přístup 2

Lze také počítat s tím, že intenzitě $2,52 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ odpovídá² bolometrických 0^{mag} . Magnitudě $2,2^{\text{mag}}$ odpovídá intenzita $I = 3,3 \cdot 10^{-9} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$. Po dosazení do vzorce

$$r = \sqrt{\frac{P}{4\pi I}},$$

dostaneme vzdálenost zhruba 4900 metrů.

Závěr

Vidíme tedy, že třemi různými způsoby dostaneme dva různé výsledky. Domníváme se, že rozdíl je způsoben především vstupními hodnotami prvního způsobu řešení, které nejsou příliš přesné.

Kdybychom chtěli výsledek přesněji, nesmíme zapomínat na extinkci vzduchu. Ta činí zhruba 1^{mag} na 15 kilometrů. To je zhruba 15 %, tedy Jaga bydlí o půl kilometru blíže. Nezbyvá nic jiného, než popřát Jeníčkovi a Mařence bloudění krajem do rozednění. Zachrání tím život stařence.

V případě, že Jaga přesedlala na halogenky, jejichž teplota bývá zhruba 4200 K, budou to mít dále. O kolik, to si pilný čtenář dopočte sám.

Pavol Habuda

bzuco@fykos.mff.cuni.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty UK MFF. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci UK MFF a podporován Ústavem teoretické fyziky UK MFF, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

²⁾ Viz Vladimír Vanýsek, *Základy astronomie a astrofyziky*, Academia, Praha 1980, str. 185.