14. ročník, úloha VI . S ... *principy mechaniky* *(5 bodů; průměr ?; řešilo 20 studentů)*

a) *Pomocí principu virtuálních prací nalezněte rovnovážnou polohu systému na obr. 1, pokud navíc na konec tyče zavěsíme závaží o hmotnosti M.*

b) *Dokažte tvrzení, které jsme při řešení pohybu Huygensova kyvadla použili pro pohyb po cykloidě, totiž, že velikost rychlosti pohybu vyšetřovaného bodu je rovna $2\dot{z}$.*

Zadali autoři seriálu Honza Houštěk a Lenka Zdeborová.

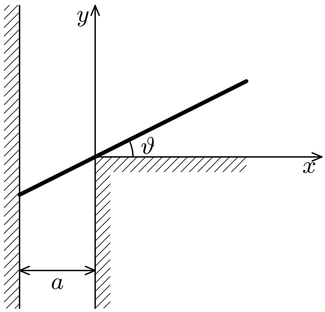
a) Podobně jako v příkladu v seriálu je $\delta y = 0$. Nyní ovšem platí

$$(M+m)y = m\left(l\sin\vartheta - a\operatorname{tg}\vartheta\right) + M\left(2l\sin\vartheta - a\operatorname{tg}\vartheta\right) ,$$

$$m\left(l\cos\vartheta - \frac{a}{\cos^2\vartheta}\right) + M\left(2l\cos\vartheta - \frac{a}{\cos^2\vartheta}\right) = 0 .$$

Odtud

$$\cos\vartheta = \left(\frac{a(M+m)}{l(2M+m)}\right)^{1/3} .$$



Obr. 1

b) Označme a vzdálenost bodu cykloidy a bodu dotyku valící se kružnice s vodorovnou přímkou, po které se odvaluje. Zřejmě platí $v = a\omega$, kde ω je rychlost odvalování kružnice (bod dotyku kružnice je pólem pohybu). Protože se úhel v trojúhelníku proti odvěsně z zvětšuje rychlostí $\omega/2$ (je to obvodový úhel a příslušný středový se zvětšuje rychlostí ω), platí také $\dot{z} = a\omega/2$. Dostáváme tedy $v = 2\dot{z}$.

Honza Houštěk