

14. ročník, úloha VI. 4 ... rychlý proton (3 body; průměr ?; řešilo 30 studentů)

Jednou zaregistrovali v Utahu (USA) detektorem kosmického záření proton s energií 51 J. Spočtete jeho rychlost (nebo spíše o kolik se její rychlost liší od rychlosti světla). Odhadněte také zakřivení jeho dráhy v magnetickém poli 10 T.

Zjištěná zajímavost.

Energie protonu je dána relativistickým vztahem

$$E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

z čehož dostaneme přímo vztah pro rychlost

$$v = \sqrt{1 - \frac{m_0^2 c^4}{E^2}}. \quad (1)$$

Po použití přibližného vzorce $\sqrt{1 - \varepsilon} \approx 1 - \varepsilon/2$, který platí tím lépe čím menší je ε , dostaneme, že se rychlost protonu liší od rychlosti světla o $4 \cdot 10^{-24}$.

V magnetickém poli se proton pohybuje po kružnici, v rovnováze je magnetická a odstředivá síla

$$evB = m \frac{v^2}{r}$$
$$evB = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \frac{v^2}{r},$$

kde za v dosadíme z (1) a vyjádříme poloměr r

$$r = \frac{E^2 - m_0^2 c^4}{Bec},$$

přičemž platí $m_0^2 c^4 \ll E^2$ a můžeme tedy psát $r = E/Bec$, číselně $r = 1,1 \cdot 10^{11}$ m.

Jan Prokeška