

**14. ročník, úloha V. 2 ... dělo na lodi (5 bodů; průměr ?; řešilo 32 studentů)**

Děla na bitevních lodích se nabíjejí následujícím způsobem: do hlavně se dá střela o hmotnosti  $M$  a za ní určitý počet balíku  $s$  výbušninou (objem jednoho balíku je  $V_0$ ), podle toho jak daleko chceme střílet. Kolikrát se zvětší dostřel takového děla, když nabijeme dvojnásobné množství výbuštiny? Výbuch si představujte tak, že najednou se místo výbuštiny objeví dvouatomový plyn o teplotě  $T_0$  a tlaku  $p_0$ . Ráže děla je deset palců. Odpor vzduchu zanedbejte.

*Nápad Karla Kouřila, když přemýšlel, co zadáme do FYKOSu.*

Nejdříve určíme, jak daleko je vlastně možné dostřelit, pokud je počáteční rychlost střely  $v$ , maximálního dosřelu dosáhneme, pokud vystřelíme pod úhlem  $45^\circ$  k vodorovné rovině, střela poletí po dobu  $t = \sqrt{2v/g}$  a dopadne do vzdálenosti  $s = v^2/g$ . Tedy dostřel je přímo úměrný počáteční energii náboje ( $s \sim E = \frac{1}{2}mv^2$ ). Nyní určíme jakou energii získá náboj v hlavni. Výbuch je věc poměrně rychlá (každý kdo už nějaký viděl jistě souhlasí), takže nejlepší přiblížení toho co se děje v  $s$  plynu v hlavni při výstřelu je adiabatický děj.

Předpokládejme, že hlavěň má délku  $l$  průřez  $S$  a že jeden balík výbuštiny má délku  $x_0$ . Na střelu v hlavni působí síla  $F = pS$ , pro tlak máme z rovnice pro adiabatický děj vztah  $p = p_0 V_0^\kappa / V^\kappa$ . Pokud ještě označíme  $x$  vzdálenost zadní strany střely od začátku hlavně můžeme pro sílu působící na střelu psát

$$F = S \frac{p_0 x_0^\kappa}{x^\kappa}.$$

Energii střely dostaneme jednoduchou integrací  $E = \int_{x_0}^l F dx$ . Takže energie střely, pokud dáme do hlavně jeden balík výbuštiny je

$$E_1 = \frac{1}{1-\kappa} S p_0 x_0^\kappa (l^{1-\kappa} - x_0^{1-\kappa})$$

a pokud tam dáme dva

$$E_2 = \frac{1}{1-\kappa} S p_0 (2x_0)^\kappa (l^{1-\kappa} - (2x_0)^{1-\kappa}).$$

Takže pro poměr dostřelů máme

$$\frac{s_2}{s_1} = \frac{E_2}{E_1} = 2^\kappa \frac{l^{1-\kappa} - (2x_0)^{1-\kappa}}{l^{1-\kappa} - x_0^{1-\kappa}},$$

což už je požadované řešení.

Ještě pár poznámek na závěr:

1. Výbuch neprobíhá tak jak se s ním tady počítalo, ve skutečnosti hoří směs celou dobu, po kterou je náboj v hlavni. Pokud bychom dělo nabili něčím co vybuchuje takto (tj. všechna výbušnina se najednou změní v plyn), dělo by se s největší pravděpodobností roztrhlo, což je efekt, který při námořní bitvě nepotěší (samozřejmě za předpokladu, že nastane na naší lodi, na nepřátelské je vítán).
2. Při výbuchu je tlak plynu v hlavni řádově větší než atmosférický, takže ten se může s klidem zanedbat.
3. Ještě asi nikdo nevyrobil tak dlouhé dělo, aby tlak v hlavni při výstřelu poklesl na hodnotu srovnatelnou s atmosférickým, i tenhle jev se dá s klidným svědomím zanedbat.

4. Loď s desetipalcovými děly není loď bitevní, ale křižník. Za toto pochybení se vám všem omlouváme a děkujeme Vladimíru Fukovi za to že nás na něj upozornil.

*Karel Kouřil*