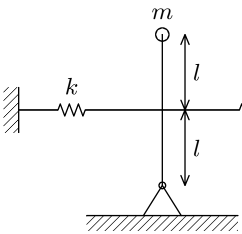
14. ročník, úloha II . S ... *kiwi* *(5 bodů; průměr ?; řešilo 54 studentů)*

a) Určete periodu kmitů soustavy na obr. 1. Tyčka je nehmotná.

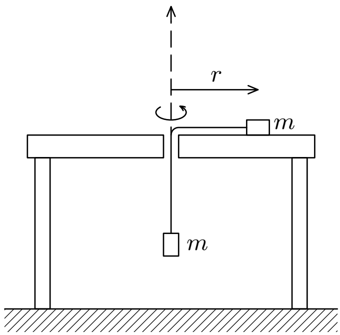
b) Mějme dvě stejná závažíčka hmotnosti m spojené vláknem, které prochází dírou ve stolu (viz obr. 2). Závažíčko na stole obíhá bez tření kolem díry ve vzdálenosti r od ní tak, že soustava je v rovnováze. Zjistěte, co se bude dít, zatáhneme-li nepatrně za visící závaží.

c) Co má společného kiwi s kyvy?

Zadali autoři seriálu Honza Houštěk a Lenka Zdeborová.



Obr. 1



Obr. 2

a) Úlohu vyřešíme přes energie. Označíme maximální úhlovou výchylku A a maximální úhlovou rychlost tyčky Ω. Mezi těmito veličinami platí (viz seriál) $\omega = \Omega/A$. Celkovou energii lze vyjádřit buď jako kinetickou energii při nulové výchylce, nebo potenciální energii při nulové rychlosti,

$$\frac{1}{2}I\Omega^2 = 2\cdot\frac{1}{2}k(Al)^2 - 2mgl\,(1-\cos A)\,.$$

Pokud dosadíme za $I = 4ml^2$ a aproximujeme $\cos A \approx 1 - A^2/2$, dostáváme pro úhlovou frekvenci

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{2m} - \frac{g}{2l}}\,.$$

Všimněte si, že pro $kl < mg$ soustava vůbec kmitat nebude, protože jde o labilní polohu. Nejčastější chybou bylo, že jste zapomněli na potenciální energii kuličky.

b) Ze ZZMH plyne, že $\omega r^2 = \omega_0 r_0^2$ a z rovnováhy sil $r_0\omega_0^2 = g$. Spočítáme celkovou energii soustavy

$$E = E_{k,\text{horní}} + E_{k,\text{dolní}} + E_{p,\text{dolní}} = \frac{1}{2}m(v_t^2 + v_n^2) + \frac{1}{2}mv_n^2 - mg(l-r)\,.$$

Pro tečnou složku rychlosti horního tělesa můžeme psát

$$v_t^2 = (\omega r)^2 = \frac{\omega_0^2 r_0^4}{r^2} = \frac{g r_0^3}{r^2}\,,$$

pro normálovou složku platí $v_n = \dot r$. Dosadíme do ZZE a dostaneme

$$\frac{1}{2}mg\,\frac{r_0^3}{r^2} + m\dot r^2 + mgr = \text{konst}\,.$$

Po zderivování a vydělení $2m\dot{r}$ dostáváme

$$\ddot{r} + \frac{g}{2}\left(1 - \frac{r_0^3}{r^3}\right) = 0\,.$$

Po linearizaci druhého členu dostáváme rovnici

$$\ddot{r} + \frac{3g}{2r_0}\left(r - r_0\right) = 0\,,$$

což je rovnice harmonických kmitů kolem polohy r_0 s úhlovou frekvencí

$$\omega = \sqrt{\frac{3g}{2r_0}}\,.$$

Spodní závažíčko tedy začne kmitat. Ke stejnému výsledku se samozřejmě dalo dospět i rozborem sil.

Mnozí řešitelé dospěli k závěru, že po zatáhnutí spodní závaží bude nezadržitelně klesat, protože odstředivá síla nestačí dorovnávat jeho tíhu. Tento závěr je chybný, neboť v důsledku ZZMH se v_t a s ní i odstředivá síla po zatažení zvýší.

c) Co přesně má společného kiwi s kyvy samozřejmě nevíme. Do textu seriálu se slůvko kiwi dostalo podle Michala Komma tak, že autoři tak úplně nevěděli, co dělají. Kupodivu to není daleko od pravdy `:-)`. Ostatní ovšem nějaké souvislosti těchto dvou pojmů našli. Martin Beránek přišel na to, že slova „kiwi“ a „kyv“ mají stejný ciferný součet součtů ASCII hodnot svých písmen. Vojtěch Uhlíř podotknul, že když si pták kiwi dá do trumpety, začne provádět nepravidelné kyvy. Honza Kunc napsal, že když zavěsíme kiwi (ovoce) na nit a vychýlíme ho z rovnovážné polohy, vytvoříme kyvy. Nikdy se ale nestane, že kyvy vytvoříme kiwi, což je podle Honzy (a my s ním jednoznačně souhlasíme) docela škoda.

Báry Vostracká napsala básničku o kiwi, které jde s pejskem na procházku a snaží se spočítat kmity a kyvy, což se mu povede až v okamžiku, kdy se dívá na svého pejska, který se v době kiwiho nepozornosti oběsil na stromě, když honil kočku. Dále pak Michal Hajn sepsal famózní úvahu o tom, jak nejnovější etymologické výzkumy ukazují, že jde vlastně o tatáž slova. A Iva Kouřilová nám poslala příběh Maora jménem Divný slovo, který se svým kamarádem kiwim (ptákem) objevil kiwi (ovoce). Poslední tři zmiňovaná řešení (dá-li se tomu tak říkat) by si určitě zasloužila, aby mohla být publikována celá, na to máme ale bohužel málo místa.

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty UK MFF. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci UK MFF a podporován Ústavem teoretické fyziky UK MFF, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.