

14. ročník, úloha I. 4 ... ponorka (4 body; průměr ?; řešilo 91 studentů)

Mějme širokou otevřenou válcovou nádobu o výšce h , průřezu S a hmotnosti m . Položíme ji na hladinu a ona zaujme rovnovážnou polohu. Poté uprostřed dna uděláme malou díрку o průřezu $S^* \ll S$. Do nádoby začne vtékat voda, vaším úkolem je určit, za jak dlouho se ponoří.

Úlohu navrhl Miroslav Kladiiva.

Nejprve vypočteme hloubku počátečního ponoření h_0 . V rovnovážné poloze musí být tíhová síla kompenzována silou vztlakovou

$$V_0 \rho g = S h_0 \rho g = mg,$$

$$h_0 = \frac{m}{S \rho}.$$

Stěžejní částí úlohy byla následující úvaha. Do nádoby nateče voda o objemu V a tím vzroste celková tíhová síla. V důsledku zachování rovnováhy sil vzroste o stejnou velikost i síla vztlaková, a tak se objem ponořené části zvětší rovněž o objem V . Například, když hladina v nádobě stoupne o 1mm, ponoří se nádoba o 1mm hlouběji. Z toho plyne, že rozdíl výšek okolní hladiny a hladiny v nádobě se s časem nemění a odpovídá počáteční hodnotě h_0 . V otvoru uprostřed dna je tedy konstantní hydrostatický tlak a jemu odpovídá rychlost, kterou voda vtéká do nádoby

$$v = \sqrt{2gh_0}.$$

Jako „potopení“ je nevhodnější uvažovat okamžik, kdy se horní okraj nádoby dotkne okolní hladiny. Nádoba tedy poklesne o výšku $h - h_0$. Nyní již není problém vypočítat čas potápění

$$t = \frac{S}{S^*} \cdot \frac{h - h_0}{v} = \frac{S}{S^*} \frac{\rho S h - m}{\sqrt{2gmS\rho}}.$$

Miroslav Pištěk