13. ročník, úloha III . 4 ... *My name is James Bond* *(4 body; průměr ?; řešilo 46 studentů)*

Představme si autíčko, které jede po letišti rovnoměrně přímočaře (vzhledem k letištní hale) rychlostí $\boldsymbol{v}$*. Kromě autíčka stojí na letišti sličná letuška (nestojí na přímce, po které se pohybuje autíčko). V okamžiku, kdy je autíčko letušce nejblíže (t. j. spojnice autíčko–letuška je kolmá na* $\boldsymbol{v}$*), se řidič rozhodne, že dojede letušku navštívit. Autíčko dokáže v libovolném směru vyvinout zrychlení o maximální velikosti* a*. Za jaký nejkratší čas se autíčko dostane k letušce? Čas se počítá od okamžiku fatálního rozhodnutí. Předpokládejte, že auto u letušky nebude zastavovat ani přibržďovat. (Nápověda: Uvažujte různé vztažné soustavy.)*

Jak už bylo v návodu uvedeno, je vhodné k řešení úlohy použít nějakou výhodnou inerciální soustavu. Nejvýhodnější je inerciální soustava, v níž je autíčko ve chvíli, kdy je letušce nejblíže, v klidu. Tato soustava se vůči soustavě spojené s letuškou, bude pohybovat rychlostí o velikosti v. Letuška se tedy bude v této soustavě pohybovat rychlostí také o velikosti v, ale opačného směru. Všechny následující úvahy budeme dělat v této soustavě. Nejrychleji autíčko letušku dostihne, bude-li se pohybovat po přímce s maximálním zrychlením. Že je tato dráha nejrychlejší, je zřejmé z toho, že dráha bude po přímce nejkratší a také proto, že zrychlení bude stále ve směru pohybu. Za čas t urazí dráhu $1/2at^2$. Letuška za tuto dobu urazí dráhu o délce vt. Označíme-li d vzdálenost letušky od autíčka v čase $t = 0$, bude v okamžiku, kdy auto letušku dostihne, platit

$$d^2 + (vt)^2 = (1/2at^2)^2 \,.$$

To je vlastně kvadratická rovnice pro t^2. Jejím jediným kladným řešením je

$$t = \frac{\sqrt{2v^2 + 2\sqrt{v^4 + a^2d^2}}}{a} \,.$$

Závěrem můžeme podotknout, že stejné řešení lze získat i v soustavě spojené s letuškou, ale v této soustavě není zřejmá časová výhodnost řešení.

Karel Honzl

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty UK MFF. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci UK MFF a podporován Ústavem teoretické fyziky UK MFF, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.