

**13. ročník, úloha I. 2 ... brzdicí vlak** (3 body; průměr ?; řešilo 172 studentů)

Určete, jaký výkon dodává do elektrické sítě vlak o hmotnosti  $m = 800$  t, který pomocí elektrodynamických rekuperačních brzd (brzdy, které přemění kinetickou energii vlaku na energii elektrickou) zastaví z rychlosti  $v_0 = 80 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$  za  $\tau = 2$  min. Účinnost rekuperace uvažujte 50 %.

Energie předaná brzdám (resp. práce brzd vykonaná na vlakové soupravě) bude rovna celkové kinetické energii vlakové soupravy. Ovšem získaná energie vrácená do sítě bude vzhledem k účinnosti brzd ( $\eta = 50$  %) poloviční. Pak podle známého vzorce určíme průměrný výkon  $\bar{P}$ , který po dobu brzdění dodávají rekuperační brzdy zpět do sítě.

$$\bar{P} = \eta \frac{W}{\tau} = \eta \frac{E_k}{\tau} = \eta \frac{mv_0^2}{2\tau}.$$

Číselně  $\bar{P} \doteq 823 \text{ kW}$ .

Budeme-li navíc předpokládat, že vlak brzdí rovnoměrně a tedy že se pohybuje rovnoměrně zpomaleně, můžeme ještě určit závislost  $P(t)$  okamžitého výkonu na čase. Podívejme se, co se stane za malý čas  $\Delta t$ . Rychlost vlaku se sníží o  $\Delta v$ . Za předpokladu, že jde o rovnoměrně zpomalený pohyb platí

$$\Delta v = a\Delta t,$$

kde  $a$  je zpomalení dané jako  $a = v_0/\tau$ . Změna kinetické energie je

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}m((v + \Delta v)^2 - v^2) = \frac{1}{2}m(2v\Delta v + \Delta v^2)$$

a okamžitý výkon (pro  $\Delta t \rightarrow 0$ )

$$P = \eta \frac{\Delta E_k}{\Delta t} = \eta \frac{\frac{1}{2}m(2va\Delta t + a^2\Delta t^2)}{\Delta t} = \eta mav.$$

S přihlédnutím k závislosti  $v(t) = v_0 - at$  a po následné úpravě dostaneme výsledný vztah

$$P = \eta \frac{mv_0^2}{\tau} \left(1 - \frac{t}{\tau}\right).$$

Pro ty, kteří někdy o derivacích slyšeli, dodejme jen, že k hledanému vztahu jsme se mohli dostat přímo derivací práce podle času.

$$P = \eta \frac{dW}{dt} = \eta \frac{d}{dt} \left( \frac{mv^2}{2} \right) = \eta mav.$$

Vzhledem k ne zcela přesnému zadání jsme udělovali bonusový bod za závislost  $P(t)$  nebo zdůvodnění faktu, že neznáme-li průběh brzdění, nemůžeme tuto závislost určit. A protože byla úloha velice jednoduchá, strhávali jsme body i za špatná numerická řešení, což byla kupodivu častá chyba. V některých řešeních chyběl rozumný slovní komentář nebo popis veličin, což je pro opravující celkem důležité. Posledním problémem bylo rozumné zaokrouhlování. Jistě uznáte, že udávat výše uvedený výsledek ve wattech s přesností na 4 desetinná místa je přinejmenším fyzikální úlet.

*Daniel Sprinzl*

---

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty UK MFF. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci UK MFF a podporován Ústavem teoretické fyziky UK MFF, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.