

12. ročník, úloha VI. 3 ... rezonanční obvody (3 body; průměr ?; řešilo 21 studentů)

Rezonanční obvod se skládá z neideální cívky s indukčností $L = 1 \text{ H}$ a vnitřním odporem $R = 1 \Omega$ a neideálního kondenzátoru s kapacitou $C = 1 \mu\text{F}$ o neznámém svodovém odporu R_x . Jaká je velikost R_x , pokud víme, že se $1/3$ původní energie rezonančního obvodu ztrácí v podobě tepla na odporu cívky?

Představme si nejprve obvod bez svodového odporu kondenzátoru. Za jednu periodu oscilací se pak ztratí energie $\Delta W = I_0^2 RT/2$, kde I_0 je amplituda proudu v cívce a $T = 2\pi\sqrt{LC}$ perioda oscilací. Celková energie obvodu je $W = LI_0^2/2$. Pak $\Delta W/W = 2\pi R\sqrt{C/L}$, v našem případě $\Delta W/W \approx 10^{-3} \ll 1$. Energetická ztráta za jednu periodu je tedy v porovnání s celkovou energií obvodu velmi malá a oscilace můžeme považovat za harmonické. Přidáním svodového odporu se na tomto závěru řádově nic nezmění, neboť ztráty na tomto odporu jsou podle zadání jen dvakrát větší než na cívce.

Pro ztráty v neideální cívce, resp. kondenzátoru, za jednu periodu tedy platí $\Delta W_L = I_0^2 RT/2$, $\Delta W_C = U_0^2 T/2R_x$, kde U_0 je amplituda napětí na kondenzátoru. Uvědomíme-li si, že $\Delta W_C = 2\Delta W_L$ a $LI_0^2/2 = CU_0^2/2$, dostaneme $R_x = L/2CR = 5 \cdot 10^5 \Omega$.

Rudolf Sýkora