

**12. ročník, úloha I. P ... planetka** (5 bodů; průměr ?; řešilo 69 studentů)

Mějme ve volném prostoru planetku (pro jednoduchost uvažujeme, že planetka je homogenní koule o hmotnosti  $m$  a poloměru  $R$ ), na jejíž povrch připevníme raketový motor. Motor je ideální zařízení, které má nulovou hmotnost a bez ohledu na cokoli dokáže vyvíjet určitý tah  $F$ . Motor je upevněn k povrchu planetky a nemůže se od něho odpoutat. Upevněn je tak, aby vyvíjený tah měl směr tečný k povrchu – viz obr. 1. Určete, alespoň kvalitativně, jak se bude planetka pohybovat po uvedení motoru v činnost.

Planetku považujeme za tuhé těleso. Můžeme využít 1. a 2. větu impulsovou. Ty popisují pohyb hmotného středu tělesa a rotaci tělesa kolem osy procházející tímto bodem. Zvolíme-li soustavu  $Oxy$  a orientaci úhlů  $\varphi$  po směru hodinových ručiček (viz obr. 1), máme definovanou soustavu, ve které popisujeme pohyb. Vzhledem k symetrii problému bude pohyb rovinný.

Pro vyšetření otáčivého pohybu zvolme soustavu spojenou s hmotným středem planetky, takovou, že směr os bude pevný v prostoru. Tato soustava je sice neinerciální, ale setrvačné síly mají působit v hmotném středu. Jediná síla, která způsobuje otáčení je tedy síla způsobená motorem raketky. Tato síla je konstantní a proto bude v naší soustavě planetka konat rovnoměrně zrychlený otáčivý pohyb. Pro velikost úhlového zrychlení  $\varepsilon$  platí

$$FR = M = J\varepsilon,$$

kde

$$J = \frac{2}{5}mR^2.$$

Úhlová rychlost po určitém čase  $t$  bude

$$\omega = \frac{5}{2} \frac{F}{mR} t$$

a úhel otočení

$$\varphi = \frac{5}{4} \frac{F}{mR} t^2.$$

Někteří z vás uvažovali, kdy se planetka roztrhne odstředivou silou.

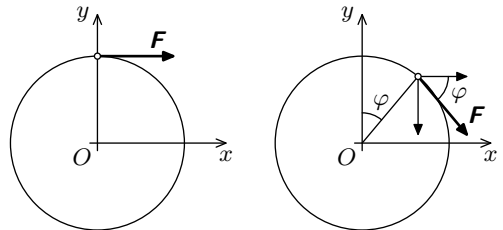
V soustavě pevné v prostoru působí na planetku jediná síla (tah motoru), rozkladem této síly do směrů  $x$  a  $y$  získáme pro pohyb hmotného středu diferenciální rovnice

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{F}{m} \cos \varphi(t), \quad \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{F}{m} \sin \varphi(t).$$

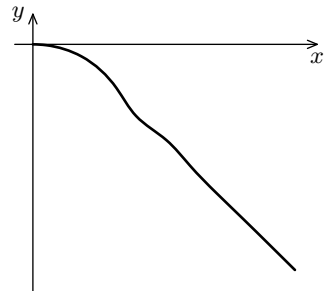
Bohužel tyto rovnice neumíme řešit analyticky. Někteří z vás je simulovali v Pascalu nebo Famulu a vytiskli i graf.

Z grafu na obr. 2 vidíme, že postupně se bude pohyb planetky stále více blížit přímce a planetka bude stále méně zrychlovat.

*Poznámka.* Někteří z vás si zvolili jiné soustavy, asi nejjednodušší byl popis pohybu planetky v soustavě pevně spojené s tělesem. Těleso v ní zůstane v klidu.

**Libor Dener**

Obr. 1



Obr. 2. Graf pohybu planety