

Zadání II. série



Termín odeslání: 7. prosince 1998

Milí přátelé!

Po první sérii letošního ročníku dostáváte do rukou zadání série druhé. Pro nedočkavce připomínáme, že autorské řešení a výsledkovou listinu první série dostanete až se zadáním třetí série. K zadání experimentální úlohy dodejme, že všechny experimenty je třeba nejen navrhnout, ale i provést.

Jiří Franta

Úloha II.1 ... papiňák

Máme hrnec o objemu $V = 22$ l, v němž je dokonale suchý vzduch. Nalijeme do něj kapalnou vodu o hmotnosti $m = 18$ g. Hrnec poté hermeticky uzavřeme a ohřejeme na teplotu 100 °C. Kolik vody zůstane v kapalném stavu? Vodní páru považujte za ideální plyn.

Úloha II.2 ... přehrada

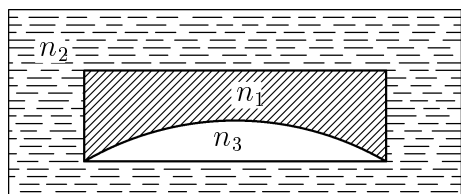
Na řece je postavena přehrada. Plocha umělého jezera je $100\,000$ m², voda z přehrady je vypouštěna stavidlem, které si můžeme představit jako ocelovou desku širokou $l = 20$ m a vysokou $h = 10$ m, která, když přehrada nevypouští žádnou vodu, sedí na betonové konstrukci (obr. 1). Když chceme vodu vypouštět, stavidlo zvedneme a voda poteče mezi dolní stranou stavidla a betonovou konstrukcí přehrady (obr. 2). Běžný průtok přehradou je 20 m³s⁻¹, průtok větší než 100 m³s⁻¹ je považován za povodeň.

Předpokládejme tuto situaci: Kvůli plnému energetickému využití je přehrada zcela naplněna vodou ($y = 10$ m), přitéká i odtéká 20 m³s⁻¹ vody. Náhle (v čase t_0) se obsluha přehrady dozví neradostnou zprávu, že se blíží povodňová vlna — za tři hodiny se přítok najednou zvýší na 200 m³s⁻¹ a tento stav potrvá další tři hodiny. Poté se přítok opět sníží na 20 m³s⁻¹. Obsluha má za úkol zabránit povodni pod přehradou. Nalezněte funkci $f(t)$, která popisuje závislost velikosti zvednutí stavidla na čase v intervalu (0 h; 6 h) tak, aby k povodni pod přehradou nedošlo. Pokud povodni zabránit nelze, stanovte maximální výšku vody y_{max} v čase t_0 , pro kterou je ještě možno zabránit povodni a určete funkci $f(t)$.

Úloha II.3 ... vodní lyže

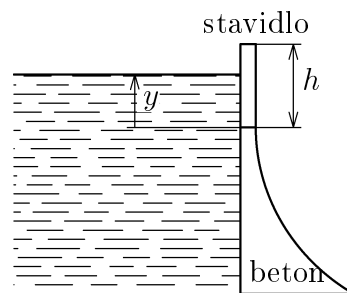
Vaším úkolem je přijít na to, jak fungují vodní lyže. Proč lyžař neklesne ke dnu? Proč je jeho pozice poměrně stabilní?

Úloha II.4 ... čočka ve vodě

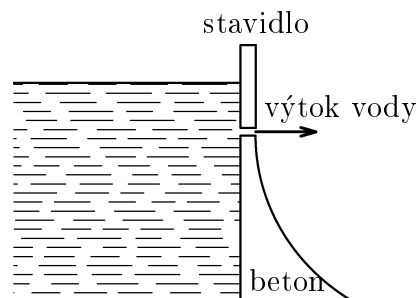


Obr. 3

Tenká, ploskodutá čočka je ponořena do vody ve vodorovné poloze dutou stranou dolů, jak ukazuje obrázek. Celková optická mohutnost takto vytvořené optické soustavy je $D = -2,6$ dioptrií. Určete poloměr křivosti skleněné čočky. ($n_1 = 1,5$; $n_2 = 1,33$; $n_3 = 1$).



Obr. 1



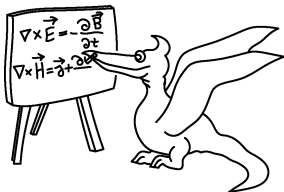
Obr. 2

Úloha II. P ... ve výtahu

U každého výtahu v mrakodrapu je jisté riziko, že se přetrhají všechna lana, na kterých visí. Abychom předešli případnému úrazu, můžeme výtah vylepšit: Spodní část výtahové šachty utěsníme tak, abychom zamezili úniku vzduchu. Také okolo kabiny výtahu dáme těsnění. Výtah, který se utrhne v horním patře mrakodrapu se zabrzdí o vzduchový polštář, který si pod sebou stlačí. Předpokládejte, že kabina vážící 1000 kg se utrhla 87 m vysoko a vzduchotěsná část výtahové šachty začíná 15 m nad zemí. Jak vysoko nad zemí se kabina nakonec zastaví? Jak velké síly působí po dobu pádu na cestující? V případě výpočtu síly se spokojíme i s kvalifikovaným odhadem, přesný výpočet bude po zásluze odměněn.

Úloha II. Exp ... koulení

Sežňte si několik (cca 6) předmětů kulového tvaru. Může jít například o míček na pingpong, tenis, fotbalový míč, ocelovou kuličku, hliněnou kuličku... Změřte jejich momenty setrvačnosti. Navrhněte a proveďte další měření s jejichž pomocí budete moci určit, zda se jedná o dutou nebo plnou kouli.

**Seriál na pokračování**

Minule jsme si povídali o astronomických dalekohledech. Dnes si povíme něco o pojmu spektrum a zmíníme astronomický přístroj zvaný spektrograf. Ten používají astronomové k pozorování spektra Slunce, ale principů použitých při jeho konstrukci se používá i jinde. Stejně tak i koutový odražeč, který zmíníme vzápětí, nalezne použití v astronomii, ve fyzice i běžném životě.

Spektrum. Spektrem nazývají fyzikové vztah intenzity záření v závislosti na frekvenci či vlnové délce. Lze nakreslit jednoduchý graf zobrazující spektrum libovolného záření. Na vodorovnou osu nanášíme frekvenci a na svislou intenzitu. Pokud jde o viditelné záření, jednotlivým vlnovým délkám odpovídá různá barva a intenzita je vlastně dána jasem té které barvy. Podle toho, z čeho pochází zkoumané záření, můžeme obdržet spojité spektrum, diskrétní spektrum (jednotlivé čáry), případně kombinace obojího.

Světlo, které vidíme vlastníma očima je svou podstatou elektromagnetické záření. Je však jen zlomkem vlnových délek, které můžeme pozorovat jinými přístroji. Elektromagnetické vlny pozorujeme od velmi dlouhých vlnových délek (km ÷ m, pak mluvíme o radiovém záření), přes mikrovlnnou oblast, kde se účinky světla projevují jako tepelné záření, dále přes viditelnou oblast ($\lambda = 400 \div 750$ nm), až po velmi krátké vlnové délky (rentgenové záření, záření γ a kosmické záření).

Když se díváme na Slunce nevyzbrojeným okem, vidíme spektrum, které přibližně odpovídá záření černého tělesa. To je teoretický model, který zavedl Max Planck a vysvětluje, proč všechna tělesa, která zahřejeme začnou svítit. Ukazuje se, že tzv. tepelné záření, které vysílají všechna tělesa při zahřátí na vyšší teplotu, nezávisí na materiálu, ze kterého je předmět vyroben. Za předpokladu, že světlo je kvantováno, odvodil Max Planck pro intenzitou záření B_ν na určité frekvenci ν tento vztah:

$$B_\nu(T) = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{(e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1)},$$

kde $h = 6,626075 \cdot 10^{-34}$ Js je Planckova konstanta, $k = 1,380 \cdot 10^{-23}$ JK⁻¹ Boltzmannova konstanta, c rychlost světla ve vakuu a T absolutní teplota tělesa.

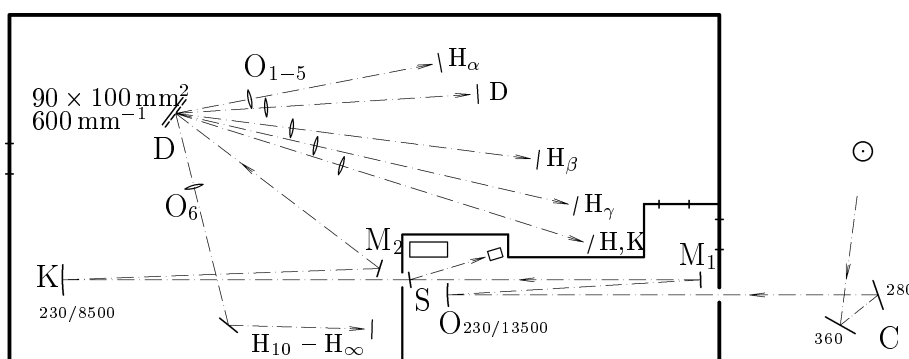
Při pokojové teplotě je maximum vyzářené energie v oblasti vlnových délek $10 \mu\text{m}$. Protože tato vlnová délka není ve viditelné oblasti, nepozorujeme, že by tělesa s pokojovou teplotou svítla. Pokud začneme těleso ohřívat, začne se maximum přesouvat ke kratším vlnovým délkám (do viditelné oblasti). Porovnáním tvaru spektra např. z hvězdy s teoretickou, můžeme určit povrchovou teplotu hvězdy. Teplota uvnitř hvězdy je mnohem vyšší.

Když se na sluneční spektrum podíváme podrobněji, např. pomocí spektrografu, uvidíme v něm tmavé části, tj. že některé vlnové délky ve spektru chybí. Těmto tmavým místům říkáme spektrální čáry, protože ve spektru rozmítnutém na stínítku se jeví jako tmavé čáry. Takovéto čáry vznikají při průletu světla např. plynem. Elektron se v atomovém obalu nemůže vyskytovat v libovolném energetickém stavu, ale jen na určitých energetických hladinách. Mezi těmito hladinami může přeskakovat, jen když je mu dodáno správné kvantum energie. Foton při průletu takovýmto prostřením je tedy přednostně zachycen, je-li jeho energie rovna rozdílu některých dvou hladin. Tomuto procesu říkáme absorpce. Takovýto foton pak ve výsledném spektru chybí a my pozorujeme jednotlivé tmavé spektrální čáry. Tomuto typu spektra říkáme absorpční. Při opačném ději, kdy plynné prostředí naopak dodává fotony do světelného svazku a vznikají světlé spektrální čáry, vzniká emisní spektrum.

Např. atom vodíku pohltí foton o vlnové délce 656 nm a tím dojde k přeskoku elektronu v jeho atomovém obalu z druhé energetické hladiny na třetí.

Množství spektrálních čar a jejich rozmístění je charakteristické pro každou konkrétní látku. Toho se využívá při určování neznámých látek. Čím je látka složitější, tj. má více molekul a více vazeb, resp. okolí molekuly je složité (např. v pevné látce), tím je množství čar větší. Pro velké organické molekuly je množství čar tak veliké, že je již nemůžeme rozlišit a splývají v celé pásy. Pak hovoříme o absorpčních páslech.

Spektrograf. V astronomické observatoři Akademie věd České republiky v Ondřejově¹ pracuje zajímavý přístroj nazývaný spektrograf. Tento „spektrák“ slouží k pozorování slunečního povrchu, zvláště se pak zaměřuje na sledování slunečních erupcí s vysokým časovým rozlišením. Jedná se o jeden z největších spektrografů svého druhu ve střední Evropě. Jeho optické schéma vidíte na obrázku.



První částí spektrografu je nepohyblivý horizontální dalekohled, který vytváří obraz slunečního disku. Objektivem (O) je parabolické zrcadlo o průměru 230 mm a ohniskové vzdálenosti $13,5 \text{ m}$. Aby dalekohled nezabíral příliš velký prostor, je na protější stěně rovinné zrcadlo (M_1). Sluneční světlo se do dalekohledu dostává pomocí coelostatu (C), který sestává ze dvou zrcadel o průměru 360 mm a 280 mm . Na štěrbině spektrografu (S) se tedy objeví obraz Slunce; štěrbinu je řešena jako skleněná destička, která propustí část světla svislou průhlednou štěrbinou a zbytek odrazí do televizní kamery. Na obrazovce pak můžeme pohodlně sledovat a vybírat

¹40 km JV od Prahy, od května do září se tam pořádají prohlídky pro veřejnost

místo na Slunci, které chceme spektrografem pozorovat. Rozbíhavý svazek světla, který prošel štěrbinou, poté dopadne na kolimátor (K) (parabolické zrcadlo), který z něj vyrobí svazek kolimovaný (tzn. rovnoběžné paprsky). Před dopadem světla na disperzní optický člen se ještě paprsky odrazí od rovinného zrcadla (M_2). Disperzním členem (tj. tím, co světlo rozkládá na spektrum) je **difrakční mřížka** (D) na odraz, která má 600 vrypů na mm. Spektrum je snímáno paralelně několika kamerami, které jsou složeny z objektivů (O_{1-6}) a vlastních detektorů (fotografický film 24×36 mm s citlivostí 400 ASA anebo televizní kamera).

Spektrum není ve spektrografu zaznamenáno celé, ale jsou vybrány jen jeho zajímavé oblasti — okolí výrazných spektrálních čar, např. čáry Balmerovy série vodíku H_α , H_β , H_γ , sodíková čára D, vápníkové H a K, čáry železa a dalších chemických prvků (na optickém schématu je vyznačeno, která kamera snímá kterou spektrální čáru). Spektrální čáry jsou velkým zdrojem informací o fyzikálních podmínkách v místě svého vzniku. Je třeba si všimnout šířky spektrální čáry, jejího posunu, případného rozštěpení — z těchto údajů pak lze spočítat jaká je v atmosféře hvězdy teplota, tlak, hustota, magnetické pole, jakou radiální rychlostí se vzhledem k pozorovateli objekt pohybuje, atd.

Koutový odražeč. Další optickou pomůckou z výbroje astronomů a kosmonautů je koutový odražeč. Jeho název vystihuje jeho konstrukci. Skládá se ze tří navzájem kolmých rovinných zrcadel, která tvoří vnitřní roh krychle. Toto uspořádání má zajímavou vlastnost — paprsek, který na odražeč dopadne z určitého směru je odražen zpět do směru odkud přišel a to pro libovolnou polohu odražeče a směr paprsku.

Koutový odražeč používají mimo jiné i zeměměřiči a geodetici. Když potřebuje experimentátor plynule prodloužovat optickou dráhu paprsku, upevní koutový odražeč na pojízdou dráhu. Šlo by použít i obyčejné zrcátko, ale to by vyžadovalo dokonalé nastavení a naprostou rovinnost dráhy.

Při své první návštěvě Měsíce umístili astronauti na povrchu Měsíce takovýto odražeč, který byl použit pro přesné určení vzdálenosti Země–Měsíc². Z pozemské laboratoře byl vyslán k Měsíci laserový paprsek, který se odrazil od koutového odražeče. Jistou dobu mu trvalo, než urazil dvojnásobnou vzdálenost Z–M a vrátil se na Zemi. Ze známé rychlosti světla $c = 299\,792\,458 \text{ ms}^{-1}$ a této doby vypočteme hledanou vzdálenost. S obyčejným zrcátkem by toto měření nešlo uskutečnit, protože paprsek zrcátkem odražený by mířil mimo Zemi a tudíž bychom jej nemohli detekovat.

Úloha II. S ... spektra, spektrografy a koutové odražeče

- Jak velký obraz Slunce se vytváří na štěrbině Ondřejovského spektrografu?
- Pokuste se přijít na důvod, proč se pro napájení spektrografu používají dvě zrcadla (celostat), a nikoli jen jedno zrcadlo (heliostat).
- Jak dlouho čekali pozorovatelé na Zemi, než se jim vrátil signál vyslaný k Měsíci, který se na Měsíci odrazil od koutového odražeče?
- Dokažte, že tři na sebe navzájem kolmá zrcadla, použitá v koutovém odražeči, mají tu výhodnou vlastnost, že paprsek od nich odražený se šíří v **přesně** opačném směru, než přišel.
- Při noční jízdě automobilem pozorujeme na krajnici oranžové zářící předměty. Kde se bere energie na jejich „svícení“? Proč řidič nevidí ve zpětném zrcátku stejné svítící předměty?

Naše adresa: FYKOS, KTF MFF UK
V Holešovičkách 2, 180 00 Praha 8
<http://www.mff.cuni.cz/iso/news/fks>

²od té doby tam leží a každý si může změřit, jak je daleko k Měsíci